EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN
ONDER LEIDING VAN Dr H. MOOY EN Dr H. STREEFKERK,
Dr JOH. H. WANSINK VOOR WIMECOS EN J. WILLEMSE VOOR
LIWENAGEL

30e JAARGANG 1954/1955

1

P. NOORDHOFF N.V. GRONINGEN

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken verschijnt in zes tweemaandelijkse afleveringen. Prijs per jaargang *f* 8,00. Zij die tevens op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde (*f* 12,50) zijn ingetekend, betalen *f* 6,75.

De leden van L i w e n a g e l (Leraren in wiskunde en natuurwetenschappen aan gymnasia en lycea) en van W i m e c o s (Vereniging van Leraren in de wiskunde, de mechanica en de cosmografie aan Hogere Burgerscholen en Lycea) krijgen Euclides toegezonden als Officieel Orgaan van hun Verenigingen; de leden van Liwenagel storten de abonnementskosten ten bedrage van *f* 3,00 op de postgirorekening no. 87185 van de Penningmeester van de Groep Liwenagel te Arnhem. Adreswijzigingen van deze leden te melden aan: Dr P. G. J. Vredenduin, Bakenbergseweg 158 te Arnhem. De leden van Wimecos storten hun contributie, die met ingang van 1 September 1953 gewijzigd is in *f* 6,— per jaar, op postrekening no. 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam (hierin zijn de abonnementskosten op Euclides begrepen). De abonnementskosten op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde moeten op postgirorekening no. 6593, van de firma Noordhoff te Groningen voldaan worden onder bijvoeging, dat men lid is van Liwenagel of Wimecos. Deze bedragen *f* 10.— per jaar franco per post.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan Dr H. Mooy, Churchilllaan 107^{III}, Amsterdam, aan wie tevens **alle correspondentie** gericht moet worden.

Artikelen ter opneming te zenden aan Dr H. Streefkerk, Zwolse weg 371, Apeldoorn, tel. 330 (Wenum, K 6762). Latere correspondentie hierover aan Dr H. Mooy.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt.

INHOUD:

HET SEMANTISCH WAARHEIDSBEGRIP EN DE GRONDSLAGEN DER SEMANTIEK

door ALFRED TARSKI

vertaald door E. W. BETH

INLEIDING

Dit artikel bestaat uit twee gedeelten; het eerste gedeelte heeft het karakter van een uiteenzetting, het tweede is veeleer polemisch van strekking.

In het eerste deel wens ik op bevattelijke wijze een samenvatting te geven van de voornaamste uitkomsten van mijn onderzoekingen over de waarheidsdefinitie en over het vraagstuk van de grondslagen der semantiek meer in het algemeen. Deze uitkomsten zijn vervat in een werk dat reeds enige jaren geleden in druk verschenen is. [1]) Hoewel mijn onderzoekingen betrekking hebben op begrippen die ook in de klassieke wijsbegeerte ter sprake komen, zijn ze in philosophische kringen betrekkelijk weinig bekend, wat wellicht verband houdt met haar streng technisch karakter. Ik hoop dan ook, dat men mij het terugkomen op deze aangelegenheid ten goede zal willen houden. [2])

Sinds het verschijnen van mijn werk zijn tegen mijn onderzoekingen verschillende bezwaren, van ongelijke waarde, aangevoerd; sommige daarvan zijn in druk verschenen, andere kwamen

---

1) Vergelijk Tarski [2] (zie de bibliographie aan het slot). Dit werk kan worden geraadpleegd voor een uitvoeriger en meer formele behandeling van het in dit artikel besproken onderwerp, en vooral van de stof der §§ 6 en 9—13. Het bevat tevens verwijzingen naar mijn vroegere publicaties over de problemen der semantiek (een mededeling in het Pools, 1930; het artikel Tarski [1] in het Frans, 1932; een mededeling in het Duits, 1932; en een boek in het Pools, 1933). De thans gegeven uiteenzetting is verwant met die in Tarski [3]. Mijn onderzoekingen over het waarheidsbegrip en over theoretische semantiek zijn aangekondigd of besproken in Hofstadter [1], Juhos [1], Kokoszyńska [1] en [2], Kotarbiński [2], Scholz [1], Weinberg [1], *et al.*

2) Er is grond voor de verwachting dat de belangstelling in de theoretische semantiek thans zal toenemen tengevolge van het verschijnen van het belangrijke werk Carnap [2].

op in openbare en besloten discussies waaraan ik deelnam. [3]) In het tweede deel van dit artikel zou ik stelling willen nemen ten aanzien van deze bezwaren. Ik hoop dat de in dit verband gemaakte opmerkingen niet zullen worden opgevat in zuiver polemische zin, maar dat men er enige bijdragen tot de verdere opbouw in zal aantreffen.

Ik heb in het tweede deel van het artikel vaak gebruik gemaakt van bouwstoffen, mij welwillend ter beschikking gesteld door Dr Marja Kokoszyńska (Universiteit te Lwów). Verder ben ik in het bijzonder dank verschuldigd aan de Professoren Ernst Nagel (Columbia University) en David Rynin (Universiteit van Californië, te Berkeley) voor hun hulp bij het opstellen van de definitieve tekst en voor verschillende kritische opmerkingen.

I

UITEENZETTING

1. Het hoofdprobleem - een bevredigende waarheidsdefinitie

Onze beschouwingen zullen tot middelpunt hebben het begrip [4]) *Waarheid*.

Het hoofdprobleem is, een *bevredigende definitie* van dit begrip te geven, dat wil zeggen, een definitie die *zakelijk juist* en *formeel correct* is. Maar zulk een formulering van het vraagstuk kan, vanwege haar algemeenheid, niet als ondubbelzinnig worden aangemerkt en vereist enige nadere toelichting.

Teneinde dubbelzinnigheid te vermijden, moeten we eerst de voorwaarden omschrijven onder welke een waarheidsdefinitie in zakelijk opzicht als juist zal worden aangemerkt. De gezochte definitie heeft niet ten doel de betekenis te omschrijven van een

[3]) Dit geldt meer in het bijzonder voor de openbare discussies gedurende het Congrès International de Philosophie Scientifique (Parijs, 1935) en de Conférence préparatoire de l'Encyclopédie de la Science Unitaire (Enzyklopädiekonferenz, als Derde Internationaal Congres voor Eenheidswetenschap in 1937 te Parijs gehouden); verg., bv., Neurath [1] en Gonseth [1].

[4]) Het woord „begrip" wordt in dit artikel gebruikt met al de vaagheid en dubbelzinnigheid waarmee het in de wijsgerige litteratuur behept is. Zo verwijst het nu eens eenvoudig naar een term, dan weer naar wat met die term bedoeld wordt, en ook wel naar wat door die term wordt aangeduid. Soms doet het er niet toe welke van deze interpretaties wordt bedoeld; en in zekere gevallen is wellicht geen van hen geheel adaequaat. In beginsel ben ik het eens met het streven, dit woord in een exacte beschouwing te vermijden, maar ik acht het niet nodig, dit te doen in een bevattelijke uiteenzetting als hier beoogd.

welbekend woord dat gebruikt wordt ter aanduiding van een nieuw begrip; integendeel, ze heeft ten doel, de werkelijke betekenis van een aloud begrip te achterhalen. We moeten dan dus dit begrip zo nauwkeurig karakteriseren dat ieder in staat wordt gesteld, voor zichzelf uit te maken of de definitie werkelijk haar taak vervult.

Ten tweede moeten we bepalen, waarvan de formele correctheid van de definitie afhangt. Zo moeten we omschrijven, van welke woorden of begrippen we bij het definiëren van het waarheidsbegrip gebruik wensen te maken. Meer algemeen uitgedrukt, moeten we de formele structuur beschrijven van de taal, waarin we de definitie willen geven.

De bespreking van deze punten zal een aanzienlijk deel van het eerste gedeelte van het artikel in beslag nemen.

2. De omvang van de term „waar"

We beginnen met enkele opmerkingen aangaande de omvang van het begrip waarheid dat we hier op het oog hebben.

Het predicaat *„waar"* wordt soms gebruikt ter verwijzing naar psychologische verschijnselen als oordelen of overtuigingen, soms ter verwijzing naar bepaalde physische objecten, namelijk, taalkundige uitdrukkingen en inzonderheid volzinnen, en soms ook ter verwijzing naar zekere ideële entiteiten die „proposities" worden genoemd. Onder „volzin" wordt hier verstaan wat in de grammatica doorgaans met „bewerende volzin" wordt bedoeld; wat de term „propositie" aangaat, de betekenis ervan staat bekend als onuitputtelijke bron van beschouwingen voor tal van philosophen en logici en schijnt nimmer klaar en ondubbelzinnig te zijn vastgesteld. Om tal van redenen blijkt het de voorkeur te verdienen, *de term „waar" op volzinnen toe te passen,* en aan deze gedragslijn zullen we ons houden. [5]) Bijgevolg dienen we het waarheidsbegrip, evenals het begrip volzin, steeds op een welbepaalde taal te betrekken; want het is duidelijk dat eenzelfde uitdrukking, die in de éne taal een ware volzin is, in een andere taal onwaar of zonder betekenis is.

Het feit, dat we ons hier in eerste aanleg met het waarheidsbegrip voor volzinnen bezighouden, sluit natuurlijk de mogelijkheid van een latere uitbreiding van dit begrip tot andere soorten objecten geenszins uit.

---

[5]) Voor het doel dat we thans nastreven is het passender onder „uitdrukkingen", „volzinnen", enz. niet te verstaan individuele opschriften, maar klassen van opschriften van gelijke vorm (dus geen individuele physische objecten, maar klassen van zulke objecten).

3. De betekenis van de term „waar"

Veel ernstiger zijn de moeilijkheden verbonden met het vraagstuk van de betekenis (of de inhoud) van het waarheidsbegrip.

Het woord „*waar*", evenals andere woorden uit onze omgangstaal, is zeker niet zonder dubbelzinnigheid. En het komt me voor dat de philosophen die dit begrip hebben besproken er niet toe hebben bijgedragen, de dubbelzinnigheid ervan te verminderen. In de werken en de beschouwingen van philosophen komen we vele uiteenlopende concepties van waarheid en onwaarheid tegen, en we moeten de conceptie aanwijzen die aan onze beschouwing ten grondslag zal worden gelegd.

Wij zouden willen dat onze definitie recht deed wedervaren aan de intuïties die vastzitten aan de *klassieke aristotelische conceptie der waarheid*—intuïties die tot uitdrukking komen in de bekende bewoordingen van Aristoteles' *Metaphysica:*

> *Te zeggen van wat is dat het niet is, of van wat niet is, dat het is, dat is onwaar, maar te zeggen van wat is dat het is, of van wat niet is dat het niet is, is waar.*

Wensten we ons aan te passen aan het moderne wijsgerig woordgebruik, dan zouden we deze conceptie wellicht kunnen uitdrukken met behulp van de bekende formule:

> *De waarheid van een volzin bestaat in zijn overeenstemming (of correspondentie) met de werkelijkheid.*

(Ter aanduiding van een theorie der waarheid die van laatstbedoelde formulering uitgaat heeft men wel de term „correspondentie-theorie" voorgesteld).

Zouden we er, anderzijds, toe besluiten, het gangbare gebruik van de term „*aanduiden*" uit te breiden door deze niet alleen op namen, maar ook op volzinnen, toe te passen, en zouden we overeenkomen, over het designatum van een volzin als „stand van zaken" te spreken, dan zouden we in dezelfde zin de volgende formulering kunnen gebruiken:

> *Een volzin is waar als hij een bestaande stand van zaken aanduidt.* [6])

Al deze formuleringen kunnen evenwel aanleiding geven tot misvattingen van uiteenlopende aard, want geen ervan is voldoende nauwkeurig en duidelijk (al geldt dit voor de oorspronkelijke

---

[6]) Voor de Aristotelische formulering zie Aristoteles [1], Γ 7, 1011 b 26—27. De beide andere formuleringen komen in de litteratuur veelvuldig voor, maar ik weet niet van wie ze afkomstig zijn. Voor een kritische bespreking van verschillende waarheids-concepties kan men bv. raadplegen Kotarbiński [1] (tot dusver alleen toegankelijk in het Pools), blzz. 123 vv., en Russell [1], pp. 362 vv.

Aristotelische formulering in veel mindere mate dan voor elk der beide andere); hoe dan ook, geen ervan kan worden aanvaard als een bevredigende waarheidsdefinitie. Het is dus aan ons, naar een nauwkeuriger formulering van onze intuïties om te zien.

4. Een criterium voor de zakelijke juistheid van de definitie[7]

We beginnen met een concreet voorbeeld. We beschouwen de volzin *„sneeuw is wit"* en vragen, onder welke voorwaarden deze volzin waar of onwaar is. Het lijkt duidelijk dat, als we ons stellen op de grondslag van de klassieke waarheidsdefinitie, we zullen antwoorden dat de volzin waar is indien sneeuw wit is, en onwaar, als sneeuw niet wit is. Derhalve, zal de waarheidsdefinitie overeenstemmen met onze conceptie, dan moet zij de volgende gelijkwaardigheid impliceren:

De volzin „sneeuw is wit" is waar, dan en dan alleen, als sneeuw wit is.

Ik wijs er op dat de zinswending *„sneeuw is wit"* in het linkerlid van de gelijkwaardigheid tussen aanhalingstekens staat, en in het rechterlid zonder aanhalingstekens optreedt. In het rechterlid hebben we de beschouwde volzin zelf, en in het linkerlid de naam van de volzin. Gebruik makend van de middeleeuwse logische terminologie zouden we ook kunnen zeggen dat in het rechterlid de woorden *„sneeuw is wit"* optreden in *suppositio formalis*, en in het linkerlid in *suppositio materialis*. Het is nauwelijks nodig te verklaren, waarom we in het linkerlid van de gelijkwaardigheid de naam van de volzin moeten hebben, en niet de volzin zelf. In de eerste plaats toch zal, van het gezichtspunt van de grammatica van onze taal, een uitdrukking van de vorm *„X is waar"* niet overgaan in een volzin die iets betekent, als we de „*X*" erin vervangen door een volzin of door iets dat geen naam is — aangezien het onderwerp van een volzin alleen een naamwoord kan zijn of een uitdrukking die de rol speelt van een naamwoord. En in de tweede plaats eisen de fundamentele gewoonten aangaande het gebruik van onver-

[7]) De meeste van de in de §§ 4 en 8 gemaakte opmerkingen dank ik aan wijlen S. Leśniewski die deze in zijn onuitgegeven lessen aan de Universiteit te Warschau (in 1919 en later) ontwikkelde. Leśniewski heeft echter de mogelijkheid van een strenge ontwikkeling van de theorie der waarheid niet voorzien, en nog veel minder die van een definitie van dit begrip; hoewel hij gelijkwaardigheden van de vorm (T) aanwees als premissen in de antinomie van de leugenaar, vatte hij deze niet op als voldoende voorwaarden voor een juist gebruik (of een juiste definitie) van het waarheidsbegrip. Ook de in § 8 gemaakte opmerkingen betreffende het optreden van een empirische premisse in de antinomie van de leugenaar, en de mogelijkheid, deze premisse te elimineren, zijn niet van hem afkomstig.

schillig welke taal dat, in elke uitspraak die we doen omtrent een voorwerp, de naam van dat voorwerp moet worden gebruikt, en niet het voorwerp zelf. Bijgevolg, als we iets willen zeggen omtrent een volzin, bijvoorbeeld dat deze waar is, dan moeten we de naam van deze volzin gebruiken, en niet de volzin zelf. [8])

We kunnen hier aan toevoegen dat het plaatsen van een volzin tussen aanhalingstekens geenszins de enige manier is om er een naam voor te vormen. Wanneer we de gebruikelijke rangschikking aannemen voor de letters van het alphabet, kunnen we bijvoorbeeld als naam (beschrijving) van de volzin „*sneeuw is wit*" de volgende uitdrukking gebruiken:

> *de volzin bestaande uit drie woorden, waarvan het eerste gevormd wordt door de* 19*de,* 14*de,* 14*de,* 21*ste en* 23*ste letter, het tweede door de* 9*de en* 19*de letter, en het derde door de* 23*ste,* 9*de en* 20*ste letter van het latijnse alphabet.*

We zullen nu de in het bovenstaande toegepaste werkwijze generaliseren. We beschouwen een willekeurige volzin; we zullen hem door de letter „*p*" vervangen. We vormen de naam van de beschouwde volzin en vervangen deze door een andere letter, zeg „*X*". Nu vragen we wat het logisch verband is tussen de beide volzinnen „*X is waar*" en „*p*". Het is duidelijk dat van het standpunt van onze fundamentele waarheidsconceptie deze volzinnen gelijkwaardig zijn. Met andere woorden, de volgende gelijkwaardigheid geldt:

(T) *X is waar, dan en dan alleen, als p.*

We zullen elke zodanige gelijkwaardigheid (waarin „*p*" vervangen is door een of andere volzin uit de taal waarnaar het woord „*waar*" verwijst, en „*X*" door een naam van deze volzin) een „*gelijkwaardigheid van de vorm* (T)" noemen.

Nu zijn we dan eindelijk in staat de voorwaarden, onder welke we het gebruik en de definitie van de term „*waar*" als zakelijk juist zullen beschouwen, in een nauwkeurige vorm te brengen: we wensen de term „*waar*" op zodanige wijze te gebruiken, dat we alle gelijkwaardigheden van de vorm (T) kunnen asserteren, en *we zullen een waarheidsdefinitie „juist" noemen, als al deze gelijkwaardigheden er uit volgen.*

We leggen er de nadruk op, dat noch de uitdrukking (T) zelf (die geen volzin is, maar slechts een schema voor een volzin) noch enig

---

[8]) In verband met verschillende logische en methodologische problemen die in dit artikel worden aangeroerd kan de lezer Tarski [6] raadplegen.

bijzonder geval van de vorm (T) als waarheidsdefinitie kan worden aangemerkt. We kunnen alleen zeggen, dat elke gelijkwaardigheid van de vorm (T), verkregen door vervanging van „*p*" door een bijzondere volzin, en van „*X*" door een naam van deze volzin, kan worden beschouwd als een partiële waarheidsdefinitie, die verklaart waarin de waarheid van deze ene individuele volzin bestaat. De algemene definitie zal, in zekere zin, een logische conjuctie van al deze partiële definities moeten zijn.

(Deze laatste opmerking vereist enige nadere toelichting. Een taal kan de constructie van oneindig veel volzinnen toestaan; en derhalve zullen de partiële waarheidsdefinities die verwijzen naar volzinnen uit die taal eveneens oneindig in aantal zijn. Om aan onze opmerking een nauwkeurige zin te geven, zouden we dus moeten verklaren wat met een „logische conjunctie van oneindig veel volzinnen" wordt bedoeld; maar dit zou ons noodzaken, veel te diep in te gaan op de technische vraagstukken van de moderne logica.)

5. Waarheid als semantisch begrip

Ik zou voor de juist besproken waarheidsconceptie de naam „*semantisch waarheidsbegrip*" willen voorstellen. De *semantiek* is een leer die, om zo te zeggen, *handelt over zekere relaties tussen uitdrukkingen van een taal en de objecten* (of de „stand van zaken") *waarnaar deze uitdrukkingen „verwijzen"*. Als typerende voorbeelden van semantische begrippen kunnen we de begrippen *aanduiding*, *voldoen-aan* en *definitie* vermelden, zoals deze optreden in de volgende volzinnen:

de uitdrukking „de vader van zijn land" is een aanduiding voor (betekent) George Washington;

sneeuw voldoet aan de volzinsfunctie (de conditie) „x is wit";

de vergelijking „2 . x = 1" definiëert (bepaalt ondubbelzinnig) het getal ½.

Terwijl de woorden „*duidt aan*", „*voldoet*" en „*definiëert*" relaties uitdrukken (tussen zekere uitdrukkingen en de objecten waarnaar deze „verwijzen"), heeft het woord „*waar*" een ander logisch karakter: het drukt een eigenschap uit (of duidt een klasse aan) van zekere uitdrukkingen, en wel van volzinnen. Men ziet echter gemakkelijk in dat alle eerder gegeven formuleringen, die ten doel hadden de betekenis van dit woord te verklaren (verg. de §§ 3 en 4), niet alleen verwezen naar de volzinnen zelf, maar tevens naar objecten waar deze volzinnen „over spraken" of wel naar de „stand van zaken" die ze beschreven. En bovendien blijkt dat de eenvoudigste en natuurlijkste manier om een exacte waarheidsdefinitie

te verkrijgen het gebruik meebrengt van andere semantische begrippen, bijvoorbeeld het begrip voldoen. Op deze gronden rekenen we het hier besproken waarheidsbegrip tot de semantische begrippen, en het vraagstuk, een waarheidsdefinitie op te stellen, blijkt dan ook in nauw verband te staan met de meer algemene vraag, de grondslagen te leggen voor een theoretische semantiek.

Het is misschien de moeite waard te zeggen, dat de semantiek zoals ze in dit artikel (en in de vroegere publicaties van de schrijver) wordt beschouwd een sobere en bescheiden wetenschap is, die niet de pretentie heeft te kunnen dienen als panacee voor alle, vermeende of werkelijke, ziekten en kwalen van het mensdom. Men zal in de semantiek tevergeefs zoeken naar een remedie voor tandbederf, grootheidswaan of klassestrijd. Evenmin is de semantiek een middel om aan te tonen dat iedereen, behalve de schrijver en zijn vrienden, onzin praat.

Vanaf de Oudheid tot op heden hebben de begrippen der semantiek een belangrijke rol gespeeld in de discussies tussen philosophen, logici en philologen. Toch zijn deze begrippen lange tijd met een zekere argwaan bejegend. Historisch gezien, is deze argwaan volkomen gerechtvaardigd. Want hoewel de betekenis van de semantische begrippen zoals deze in de omgangstaal worden gehanteerd veelszins klaar en begrijpelijk lijkt, zijn alle pogingen, deze betekenis op algemene en exacte wijze te omschrijven, mislukt. En wat erger is, tal van rederingen waarin deze begrippen optreden, en die overigens volkomen correct leken en gegrond op ogenschijnlijk evidente premissen, hebben aanleiding gegeven tot paradoxen en antinomieën. Het is voldoende, hier melding te maken van de *antinomie van de leugenaar*, van de *antinomie van de definiëerbaarheid* (met behulp van een eindig aantal woorden) van Richard, en van de *antinomie der heterologische termen* van Grelling en Nelson. [9])

Ik ben overtuigd dat de in dit artikel geschetste methode deze moeilijkheden helpt overwinnen en de mogelijkheid waarborgt van een consistent gebruik van de semantische begrippen.

6. Talen van wel-omschreven structuur

Wegens de mogelijkheid van het optreden van antinomieën wordt de vraag naar een omschrijving van de formele structuur en de woordenschat van een taal waarin definities voor semantische

---

[9]) De antinomie van de leugenaar (vaak toegeschreven aan Eubulides) wordt hier in de §§ 7 en 8 besproken. Voor de antinomie van de definiëerbaarheid (gevonden door J. Richard), zie bv. Hilbert-Bernays [1], 2. 1. Bd, Ss. 263 ff.; voor de antinomie der heterologische termen, zie Grelling-Nelson [1], S. 307.

begrippen zullen moeten worden gegeven bijzonder nijpend; wij wenden ons dus nu tot deze vraag.

Er zijn bepaalde algemene voorwaarden onder welke de structuur van een taal als *exact omschreven* wordt aangemerkt. Zo moeten we, om de structuur van een taal te omschrijven, ondubbelzinnig de klasse karakteriseren van die woorden en uitdrukkingen waaraan *betekenis* wordt toegekend. In het bijzonder moeten we alle woorden aanwijzen, die we besloten hebben te gebruiken zonder ze te definiëren, en die „*ongedefiniëerde* (of *primitieve*) *termen*" worden genoemd; ook moeten we de zogenaamde *definitie-regels* opstellen voor het invoeren van nieuwe of *gedefiniëerde termen*. Bovendien moeten we kriteria geven waardoor binnen de klasse van alle uitdrukkingen diegene worden afgezonderd die „*volzinnen*" worden genoemd. Tenslotte moeten we de voorwaarden formuleren onder welke een volzin uit de taal kan worden *geasserteerd*. In het bijzonder moeten we alle *axioma's* (of *primitieve volzinnen*) aanwijzen, d.w.z., die volzinnen welke we besloten hebben, zonder bewijs te asserteren; en we moeten de zogenaamde *afleidingsregels* (of *bewijsregels*) geven die ons toestaan nieuwe geasserteerde volzinnen af te leiden uit andere volzinnen die reeds eerder geasserteerd zijn. Zowel de axioma's als de op grond van de afleidingsregels eruit gededuceerde volzinnen worden aangeduid als „*theorema's*" of „*bewijsbare volzinnen*".

Als we bij het omschrijven van de structuur van een taal uitsluitend verwijzen naar de vorm der betreffende uitdrukkingen, dan zegt men dat de taal *geformaliseerd* is. In zulk een taal zijn de theorema's de enige volzinnen die kunnen worden geasserteerd.

Op het ogenblik zijn de enige talen met een wel-omschreven structuur de geformaliseerde talen der verschillende systemen van deductieve logica, eventueel verrijkt door invoering van zekere niet-logische termen. Echter is het toepassingsgebied van deze talen tamelijk omvangrijk; we zijn, althans in theorie, in staat verschillende takken van wetenschap in deze talen te ontwikkelen, bijvoorbeeld, de wiskunde en de theoretische physica.

(We kunnen ons, van de andere kant, de constructie voorstellen van talen die een exact omschreven structuur bezitten zonder geformaliseerd te zijn. In zo'n taal zou bijvoorbeeld de asserteerbaarheid van volzinnen niet altijd door hun vorm, maar soms mede door andere, niet-taalkundige, factoren, bepaald kunnen worden. Het zou interessant en belangrijk zijn een taal van dit type werkelijk op te bouwen, inzonderheid een taal die voldoende zou blijken voor de ontwikkeling van een omvangrijk gebied van de empirische wetenschap; want dit zou een rechtvaardiging inhouden van de

hoop dat talen van wel-omschreven structuur eenmaal de omgangstaal zouden kunnen vervangen in de wetenschappelijke gedachtenwisseling.)

Het probleem van de waarheidsdefinitie verkrijgt slechts voor die talen, waarvan de structuur exact omschreven is, een nauwkeurige betekenis en kan slechts voor deze op strenge wijze worden opgelost. Voor andere talen — en dus ook voor alle natuurlijke, „gesproken", talen — is de betekenis van het probleem min of meer vaag, en de oplossing ervan kan slechts bij benadering geschieden. Ruw gezegd wordt zulk een benadering verkregen door vervanging van een natuurlijke taal (of van een deel ervan waarvoor we een bijzondere belangstelling hebben) door een taal met exact omschreven structuur en die van de gegeven taal „zo weinig mogelijk" afwijkt.

7. De antinomie van de leugenaar

Teneinde enkele van de meer specifieke voorwaarden te ontdekken waaraan talen, waarin (of waarvoor) de waarheidsdefinitie moet worden opgesteld, dienen te voldoen, zal het raadzaam zijn te beginnen met een bespreking van die antinomie die het waarheidsbegrip rechtstreeks betreft, namelijk de antinomie van de leugenaar.

Om deze antinomie in een opvallende gedaante [10]) te verkrijgen, beschouwen we de volzin:

De volzin afgedrukt in dit artikel op blz. . . . , r. 22, is niet waar.

Kortheidshalve zullen we de juist opgestelde volzin vervangen door de letter „*s*".

Op grond van onze afspraak betreffende het juiste gebruik van de term „*waar*", asserteren we de volgende gelijkwaardigheid van de vorm (T):

(1) „*s*" *is waar, dan en dan alleen, als de volzin afgedrukt in dit artikel op blz. . . . , r. 22, niet waar is.*

Anderzijds stellen we, in het oog vattend de betekenis van het symbool „*s*", langs empirische weg het volgende feit vast:

(2) „*s*" *is identiek met de volzin afgedrukt in dit artikel op blz. . . . , r. 22.*

Op grond van een wel-bekende wet uit de theorie der identiteit (de wet van Leibniz) volgt nu uit (2) dat we in (1) de uitdrukking „*de volzin afgedrukt in dit artikel op blz. . . . , r. 22*" kunnen vervangen door het symbool „ „*s*" ". We krijgen zodoende het volgende:

(3) „*s*" *is waar, dan en dan alleen, als* „*s*" *niet waar is.*

Zo zijn we dus bij een evidente tegenspraak aangeland.

---

[10]) Afkomstig van Professor J. Łukasiewicz (Universiteit te Warschau).

Naar mijn oordeel ware het geheel onjuist en met het oog op de vooruitgang der wetenschap gevaarlijk het belang van deze en andere antinomieën gering te schatten, en ze te behandelen als grappen of drogredens. Het is een feit, dat we hier tegenover een ongerijmdheid staan, dat we gedwongen zijn, een onware volzin te asserteren (want (3), een gelijkwaardigheid welker leden contradictore volzinnen zijn, is noodzakelijk onwaar). Als we ons werk ernstig opvatten, kunnen we ons bij dit feit niet neerleggen. We moeten er de oorzaak van ontdekken, dat wil zeggen, we dienen de premissen te analyseren waarop de antinomie berust; we moeten dan ten minste een van deze premissèn verwerpen, en we moeten dan de gevolgen nagaan die dit meebrengt voor het gehele gebied van ons onderzoek.

Het is goed, er op te wijzen, dat de antinomieën een uiterst belangrijke rol hebben gespeeld in de grondlegging van de moderne deductieve wetenschappen. En juist zoals de antinomieën van de klasse-theorie, en inzonderheid de antinomie van Russell (over de klasse van alle klassen die niet tot haar eigen elementen behoren), het aangrijpingspunt leverden voor geslaagde pogingen tot het opstellen van een niet-strijdige formalisering van logica en wiskunde, zo leiden de antinomie van de leugenaar en de andere semantische antinomieën tot de opbouw der theoretische semantiek.

8. De strijdigheid van semantisch afgesloten talen [7]

Analyseren we nu de vooronderstellingen die aanleiding geven tot het optreden van de paradox van de leugenaar, dan merken we het volgende op:

(I) We hebben stilzwijgend aangenomen, dat de taal waarin de antinomie geconstrueerd werd, behalve de tot haar behorende uitdrukkingen, ook de namen van deze uitdrukkingen bevat, evenals semantische termen zoals de term „*waar*" die naar de volzinnen van deze taal verwijst; we hebben ook aangenomen dat alle volzinnen, die het juiste gebruik van deze term vastleggen, in de taal kunnen worden geasserteerd. Een taal die deze eigenschappen bezit zal „*semantisch afgesloten*" worden genoemd.

(II) We hebben aangenomen, dat in deze taal de gewone wetten van de logica gelden.

(III) We hebben aangenomen, dat we in onze taal een empirische premisse kunnen formuleren als de uitspraak (2) die in onze redenering optrad.

De onderstelling (III) blijkt niet wezenlijk te zijn, want het is mogelijk de antinomie van de leugenaar zonder haar hulp te recon-

strueren [11]). Maar de onderstellingen (I) en (II) blijken wezenlijk. Daar nu elke taal die aan deze beide onderstellingen voldoet, strijdig is, moeten we ten minste een ervan verwerpen.

Het is wel overbodig bijzondere nadruk te leggen op de gevolgen van het verwerpen van onderstelling (II); want dit zou neerkomen op het veranderen van onze logica (gesteld al, dat dit mogelijk ware) zelfs in haar meer elementaire en fundamentele onderdelen. We beschouwen daarom alleen de mogelijkheid, onderstelling (I) te verwerpen. In overeenstemming daarmee nemen we het besluit, *geen enkele taal te gebruiken die semantisch afgesloten is* in de aangegeven zin.

Deze beperking zou natuurlijk onaanvaardbaar zijn voor hen die, op gronden die mij niet duidelijk zijn, geloven dat er maar één „echte" taal bestaat (of, althans, dat alle „echte" talen wederkerig vertaalbaar zijn). Evenwel, deze beperking doet op geen enkele wezenlijke wijze afbreuk aan de behoeften of de belangen der wetenschap. De talen (hetzij de geformaliseerde talen, hetzij — en dit is vaker het geval — de gedeelten van de omgangstaal), die in de wetenschappelijke gedachtenwisseling worden gebruikt, behoeven niet semantisch afgesloten te zijn. Dit spreekt vanzelf in die gevallen waar taalkundige phenomenen en, in het bijzonder, semantische begrippen in geen enkel opzicht doordringen in het veld van onderzoek van een wetenschap; want in zo'n geval behoeft de taal van de betreffende wetenschap niet voorzien te zijn van welke semantische termen ook. We zullen in de volgende § echter zien hoe we zelfs in wetenschappelijke beschouwingen waarin semantische begrippen een wezenlijke rol spelen het kunnen stellen buiten semantisch afgesloten talen. De vraag rijst hoe het op dit punt met de omgangstaal is gesteld. Op het eerste gezicht kan het lijken alsof deze taal aan beide onderstellingen (I) en (II) voldoet, en dat zij dus strijdig is.

---

[11]) Dit kan ten ruwste als volgt worden bewerkstelligd. Zij S een of andere volzin die begint met de woorden „*Iedere volzin*". We laten aan S een nieuwe volzin S* beantwoorden die wordt verkregen door S aan de volgende twee wijzigingen te onderwerpen: we vervangen in S het eerste woord, „*Iedere*", door „*De*"; en we voegen na het tweede woord, „*volzin*", de hele volzin S in, na deze tussen aanhalingstekens te hebben geplaatst. We spreken af, de volzin S „autoclytisch" dan wel „heteroclytisch" te noemen, al naar gelang de bijbehorende volzin S* waar dan wel onwaar is. Nu beschouwen we de volzin:

Iedere volzin is heteroclytisch.

Men toont gemakkelijk aan, dat de juist opgestelde volzin zowel autoclytisch als heteroclytisch moet zijn; vandaar een tegenspraak. Het is wellicht niet geheel duidelijk, in welke zin deze formulering van de antinomie geen empirische premisse involveert; ik zal echter over dit punt niet uitweiden.

Maar in werkelijkheid is de zaak minder eenvoudig. Onze omgangstaal is zeker niet een taal met exact omschreven structuur. We weten niet precies, welke uitdrukkingen volzinnen zijn, en we weten zelfs nog minder, welke volzinnen als asserteerbaar moeten worden aangemerkt. Zo heeft dus het probleem der niet-strijdigheid met betrekking tot deze taal geen scherp bepaalde betekenis. We kunnen op zijn best de gissing wagen dat een taal, waarvan de structuur exact omschreven is en die zo veel mogelijk lijkt op de omgangstaal, strijdig zal zijn.

9. **Object-taal en metataal**

Daar we hebben afgesproken, geen semantisch afgesloten talen te gebruiken, moeten we ons van twee verschillende talen bedienen in een bespreking van het probleem der waarheidsdefinitie en, meer in het algemeen, van alle problemen die tot het veld der semantiek behoren. De eerste van deze beide talen is die „waarover wordt gesproken" en die het voorwerp is van de gehele discussie; de waarheidsdefinitie die we zoeken is van toepassing op de volzinnen van deze taal. De tweede is de taal waarin we „spreken over" de eerste taal, en in termen waarvan we, in het bijzonder, de waarheidsdefinitie voor de eerste taal wensen te construeren. We duiden de eerste taal als de *„object-taal"*, de tweede als de *„metataal"*, aan.

Men houde in het oog, dat deze termen „object-taal" en „metataal" slechts relatieve betekenis bezitten. Als we, bijvoorbeeld, belang gaan stellen in het waarheidsbegrip dat van toepassing is, niet op volzinnen van onze oorspronkelijke object-taal, maar op haar metataal, dan wordt de laatste automatisch de object-taal van onze discussie; en om de waarheid met betrekking tot deze taal te kunnen definiëren, moeten we overgaan naar een nieuwe metataal — naar een metataal van hoger orde om zo te zeggen. Zodoende komen we tot een hele hiërarchie van talen.

De woordenschat van de metataal wordt in hoge mate bepaald door de eerder opgestelde voorwaarden onder welke een waarheidsdefinitie als zakelijk juist zal worden beschouwd. We herinneren ons, dat deze definitie alle gelijkwaardigheden van de vorm (T):

(T) *X is waar, dan en dan alleen, als p.*

dient te impliceren. De definitie zelf en alle door haar geïmpliceerde gelijkwaardigheden moeten in de metataal worden geformuleerd. Anderzijds vertegenwoordigt het symbool „p" in (T) een willekeurige volzin van onze objecttaal. Hieruit volgt dat iedere volzin, die voorkomt in de object-taal, ook in de metataal moet voorkomen;

met andere woorden, de metataal moet de object-taal als deel omvatten. Dit is in elk geval noodzakelijk voor het bewijs van de juistheid der definitie — al kan de definitie zelf soms worden geformuleerd in een minder omvangrijke metataal die niet aan deze eis voldoet.

(De bedoelde eis kan ietwat worden gewijzigd, want het is voldoende, aan te nemen dat de object-taal kàn worden vertaald in de metataal; dit maakt een iets andere interpretatie nodig van het symbool „*p*" in (T). In alle volgende beschouwingen zien we af van de mogelijkheid van wijziging in deze zin.)

Voorts vertegenwoordigt het symbool „*X*" in (T) de naam van de volzin die door „*p*" wordt vertegenwoordigd. We zien dus dat de metataal rijk genoeg moet zijn om de mogelijkheid te bieden tot de constructie van een naam voor elke volzin van de object-taal.

Daarenboven moet de metataal natuurlijk termen van algemeen logisch karakter bevatten, zoals de uitdrukking „dan en dan alleen". [12])

Het is wenselijk dat de metataal geen ongedefiniëerde termen bevat, uitgezonderd die welke in de boven gemaakte opmerkingen een rol speelden, namelijk: termen van de object-taal; termen die verwijzen naar de vorm van de uitdrukkingen der object-taal en die gebruikt worden bij de constructie van namen voor deze uitdrukkingen; en termen uit de logica. In het bijzonder wensen we dat *de semantische termen* (die verwijzen naar de object-taal) *in de metataal uitsluitend door definitie worden ingevoerd.* Immers, is aan dit desideratum voldaan, dan zal de waarheidsdefinitie, of de definitie van enig ander semantisch begrip, voldoen aan wat we intuïtief van elke definitie verwachten: de betekenis van de gedefiniëerde term te verklaren in termen waarvan de betekenis volkomen duidelijk en ondubbelzinnig schijnt. En bovendien hebben we een zekere waarborg dat het gebruik van semantische begrippen ons niet in tegenstrijdigheden zal verwikkelen.

Verdere eisen worden er niet gesteld ten aanzien van de formele structuur van object-taal en metataal; we nemen aan dat ze analoog

---

[12]) De termen „logica" en „logisch" worden in dit artikel in een ruime zin genomen, die gedurende de laatste decennia bijna traditioneel geworden is; we nemen hier aan dat de logica de gehele theorie der klassen en relaties (d.w.z., de wiskundige verzamelingenleer) omvat. Op vele en uiteenlopende gronden hel ik er persoonlijk toe over, de term „logica" in een veel engere zin te gebruiken, en hem alleen toe te passen op wat soms „elementaire logica" wordt genoemd, d.w.z., op de calculus der volzinnen en de (engere) predicatencalculus.

is aan die van andere heden ten dage bekende geformaliseerde talen. In het bijzonder nemen we aan dat in de metataal de gangbare formele definitie-regels in acht worden genomen.

10. Voorwaarden voor een positieve oplossing van het hoofdprobleem

We hebben nu een klare voorstelling zowel van de voorwaarden van zakelijke juistheid waaraan de waarheidsdefinitie moet voldoen, als van de formele structuur van de taal waarin deze definitie dient te worden gedefiniëerd. Onder deze omstandigheden verkrijgt het probleem der waarheidsdefinitie het karakter van een wel-bepaald vraagstuk van zuiver deductieve aard.

De oplossing van het probleem ligt echter geenszins voor het grijpen, en ik zou niet gaarne trachten haar in bijzonderheden weer te geven zonder gebruik te maken van de hele apparatuur der hedendaagse logica. Hier zal ik me ertoe beperken, een ruwe schets te geven van de oplossing en bepaalde punten van meer algemeen belang te bespreken die er verband mee houden.

De oplossing blijkt soms positief, soms negatief, te zijn. Dit hangt af van zekere formele betrekkingen tussen de object-taal en de metataal; of, meer bepaaldelijk, van de omstandigheid dat de metataal, in haar logisch gedeelte, al of niet „*wezenlijk rijker*" is dan de object-taal. Het is niet gemakkelijk een algemene en nauwkeurige definitie te geven van het begrip „wezenlijk rijker". Beperken we ons tot talen die de logische typentheorie tot grondslag hebben, dan komt de voorwaarde dat de metataal „wezenlijk rijker" is dan de object-taal hierop neer, dat ze veranderlijken moet bevatten van hoger logisch type dan dat van de veranderlijken der object-taal.

Is aan de bedoelde voorwaarde niet voldaan, dan kan men doorgaans aantonen dat een interpretatie mogelijk is van de metataal in de object-taal; dit houdt in dat men aan elke term van de metataal een welbepaalde term van de object-taal kan doen beantwoorden zó, dat de asserteerbare volzinnen van de ene taal blijken te beantwoorden aan asserteerbare volzinnen van de andere. Als uitvloeisel van deze interpretatie blijkt de onderstelling dat in de metataal een bevredigende waarheidsdefinitie is geformuleerd de mogelijkheid te impliceren van een reproductie van de antinomie van de leugenaar in deze taal; en dit noodzaakt ons weer de bedoelde onderstelling te verwerpen.

(Het feit dat de metataal, in haar niet-logisch gedeelte, gewoonlijk meer omvangrijk is dan de object-taal is niet van invloed op de

mogelijkheid, de eerste in de laatste te interpreteren en vormt derhalve geen voldoende voorwaarde voor essentiële rijkdom. De namen van de uitdrukkingen der object-taal, bijvoorbeeld, komen in de metataal voor, hoewel ze meestentijds niet voorkomen in de object-taal; maar niettemin bestaat de mogelijkheid, dat deze namen in termen van de object-taal geïnterpreteerd kunnen worden.)

We zien dus dat de voorwaarde van „wezenlijke rijkdom" noodzakelijk is voor de mogelijkheid van een bevredigende waarheidsdefinitie in de metataal. Wensen we de theorie der waarheid te ontwikkelen in een metataal die niet voldoet aan deze voorwaarde, dan moeten we afstand doen van het denkbeeld, de waarheidsdefinitie te formuleren uitsluitend met behulp van de hierboven (in § 8) aangewezen termen. We moeten dan de term *„waar"*, of een andere semantische term, opnemen in de lijst der ongedefinieerde termen van de metataal, en de fundamentele eigenschappen van het waarheidsbegrip in een reeks axioma's tot uitdrukking brengen. Er is niets fundamenteel onjuists in zulk een axiomatische werkwijze, en voor verschillende doeleinden kan zij haar nut hebben. [13])

Het blijkt intussen mogelijk, deze werkwijze te vermijden. Want het blijkt mogelijk, voor elke object-taal een wezenlijk rijkere metataal te construeren en, anderzijds, *blijkt de voorwaarde van de „wezenlijke rijkdom" van de metataal niet alleen noodzakelijk, maar tevens voldoende, te zijn voor de constructie van een bevredigende waarheidsdefinitie*; dat wil zeggen, indien de metataal aan deze voorwaarde voldoet, kan in haar het waarheidsbegrip gedefiniëerd worden. We zullen nu in grote lijnen laten zien, hoe deze constructie kan worden uitgevoerd.

11. De constructie van de definitie (Schets)[14]

We kunnen op eenvoudige wijze een definitie verkrijgen van het waarheidsbegrip door uit te gaan van de definitie van een ander semantisch begrip, namelijk het begrip *voldoen-aan*.

Voldoen-aan is een relatie tussen willekeurige objecten en zekere uitdrukkingen die men aanduidt als *„volzinsfuncties"*. Dit zijn uit-

---

[13]) Verg., evenwel, Tarski [3], pp. 5 s.

[14]) De hier schetsmatig weergegeven constructiemethode kan — m.m. — worden toegepast op alle heden ten dage bekende geformaliseerde talen; dit houdt niet in dat men geen taal zou kunnen construeren waarop deze methode niet van toepassing zou zijn.

drukkingen als „*x is wit*", „*x is groter dan y*", enz. Haar formele structuur is analoog aan die van volzinnen; zij kunnen evenwel vrije veranderlijken (zoals „*x*" en „*y*" in „*x is groter dan y*") bevatten, die in volzinnen niet kunnen voorkomen.

Wanneer we in geformaliseerde talen het begrip volzinsfunctie definiëren, dan passen we gewoonlijk een zogenaamde „recursieve werkwijze" toe; dat wil zeggen, we beschrijven eerst de volzinsfuncties van de eenvoudigste structuur (wat in de regel geen moeilijkheden oplevert), en daarna wijzen we de operaties aan met behulp waarvan samengestelde functies kunnen worden opgebouwd uit eenvoudiger functies. Zo'n operatie kan bijvoorbeeld bestaan in het vormen van de logische disjunctie of conjunctie van twee functies, dat wil zeggen, in het bijeenvoegen van de bedoelde uitdrukkingen met behulp van de woorden „*of*" of „*en*". Een volzin wordt nu eenvoudig gedefiniëerd als een volzinsfunctie die geen vrije veranderlijken bevat.

Wat nu het begrip voldoen-aan betreft, we zouden kunnen trachten het te definiëren door te zeggen dat gegeven objecten aan een gegeven functie voldoen, als de laatste bij vervanging van de vrije veranderlijken door de namen van de gegeven objecten overgaat in een ware volzin. In deze zin voldoet bijvoorbeeld sneeuw aan de volzinsfunctie „*x is wit*", omdat de volzin „*sneeuw is wit*" waar is. Maar, afgezien van andere moeilijkheden, is deze methode voor ons niet bruikbaar, aangezien we het begrip voldoen-aan willen gebruiken bij het definiëren van het waarheidsbegrip. Teneinde een definitie van voldoen-aan te verkrijgen moeten we veeleer nogmaals een recursieve werkwijze toepassen. We geven aan, welke objecten aan de meest eenvoudige volzinsfuncties voldoen; en dan stellen we de voorwaarden op onder welke gegeven objecten voldoen aan een samengestelde functie — aannemend dat we weten welke objecten voldoen aan de eenvoudiger functies waaruit de samengestelde functie is opgebouwd. Zo zeggen we bijvoorbeeld dat gegeven getallen voldoen aan de logische disjunctie „*x is groter dan y of x is gelijk aan y*", indien ze voldoen aan minstens één der functies „*x is groter dan y*" of „*x is gelijk aan y*".

Is eenmaal de algemene definitie van voldoen-aan verkregen, dan merken we, dat ze automatisch tevens van toepassing is op die bijzondere volzinsfuncties die geen vrije veranderlijken bevatten, dus op volzinnen. Nu blijkt dat er voor een volzin maar twee gevallen mogelijk zijn: òf alle objecten voldoen aan een gegeven volzin, of we vinden in het geheel geen objecten die eraan voldoen. We komen derhalve tot een definitie van waarheid en onwaarheid door

te zeggen, dat *een volzin waar is als alle objecten eraan voldoen, en anders onwaar.* [15])

(Het kan vreemd schijnen, dat we bij het definiëren van de waarheid van een volzin een omweg hebben gevolgd, in plaats van te trachten, bijvoorbeeld, een rechtstreekse recursieve werkwijze toe te passen. De grond daarvan is, dat samengestelde volzinnen opgebouwd worden uit eenvoudiger volzinsfuncties, maar niet altijd uit eenvoudiger volzinnen; dientengevolge kennen we geen algemeen recursieve werkwijze die op volzinnen afzonderlijk kan worden toegepast.)

Uit deze ruwe schets blijkt niet duidelijk waar en hoe de onderstelling van de „wezenlijke rijkdom" der metataal een rol speelt in de beschouwing; dit wordt pas duidelijk als de constructie uitvoerig en formeel wordt uitgewerkt. [16]) †

12. Gevolgen van de definitie

De in het bovenstaande geschetste waarheidsdefinitie sluit vele belangwekkende gevolgen in.

In de eerste plaats blijkt de definitie niet alleen formeel correct, maar tevens zakelijk juist te zijn (in de in § 4 omschreven zin); met andere woorden, zij impliceert alle gelijkwaardigheden van de vorm (T). In dit verband is het van belang erop te wijzen, dat de voorwaarden voor zakelijke juistheid de omvang van het begrip „*waar*" ondubbelzinnig vastleggen. Iedere zakelijk juiste waarheidsdefinitie zou dus noodzakelijk gelijkwaardig zijn met die, welke we werkelijk hebben opgesteld. Het semantisch waarheidsbegrip laat

---

[15]) In de tenuitvoerlegging van dit denkbeeld stuiten we op een zekere moeilijkheid van technische aard. Een volzinsfunctie kan een willekeurig aantal vrije veranderlijken bevatten; en het logisch karakter van het begrip voldoen-aan hangt van dit aantal af. Zo is het bedoelde begrip, toegepast op functies met een veranderlijke, een tweeledige relatie tussen deze functies en en afzonderlijke objecten; toegepast op functies met twee veranderlijken, wordt het een drieledige relatie tussen functies en paren getallen; enz. Zo staan we, streng genomen, niet tegenover één begrip voldoen-aan, maar tegenover oneindig veel begrippen; en bovendien blijkt, dat deze begrippen niet onafhankelijk van elkaar kunnen worden gedefiniëerd, maar alle tegelijk moeten worden ingevoerd. Om deze moeilijkheid te overwinnen maken we gebruik van het wiskundig begrip van een oneindige rij (of eventueel van een eindige rij met een willekeurig aantal termen). We spreken af het begrip voldoen-aan te beschouwen, niet als een meer-ledige relatie tussen volzinsfuncties en een onbepaald aantal objecten, maar als een tweeledige relatie tussen functies en rijen van objecten. Op grond van deze afspraak levert de formulering van een algemene en nauwkeurige definitie van voldoen-aan geen enkele moeilijkheid meer op; en een ware volzin kunnen we nu definiëren als een volzin waaraan elke rij voldoet.

ons, om zo te zeggen, geen mogelijkheid van keuze tussen uiteenlopende niet-gelijkwaardige definities van dit begrip.

Daarenboven kunnen we uit onze definitie verschillende wetten van algemene aard afleiden. In het bijzonder kunnen we met behulp ervan de *wetten van de tegenspraak en van het uitgesloten derde* bewijzen, die zo karakteristiek zijn voor het Aristotelisch waarheidsbegrip; dat wil zeggen, we kunnen aantonen dat van elke twee contradictore volzinnen er een en slechts een waar is. Men verwissele deze semantische wetten niet met de verwante logische wetten van de tegenspraak en van het uitgesloten derde; de laatstbedoelde behoren tot de calculus der volzinnen, dat wil zeggen, tot het meest elementaire deel van de logica, en de term „*waar*" komt er in het geheel niet in voor.

Verdere interessante uitkomsten kunnen worden verkregen door toepassing van de theorie der waarheid op de geformaliseerde talen van een bepaalde zeer omvangrijke klasse van wiskundige wetenschappen; alleen wetenschappen van elementaire aard en van zeer elementaire logische structuur zijn van deze klasse uitgesloten. Het blijkt dat voor een tot deze klasse behorende wetenschap *het waarheidsbegrip nooit samenvalt met het begrip bewijsbaar*; want alle bewijsbare volzinnen zijn waar, maar er zijn ware volzinnen die niet bewijsbaar zijn. [17]) Hieruit volgt verder dat elke zodanige wetenschap niet-strijdig is, maar tevens onvolledig; dat wil zeggen, van elke twee contradictore volzinnen is er ten hoogste één bewijsbaar, en — wat méér is — er is een paar contradictore volzinnen waarvan er geen bewijsbaar is. [18])

---

[16]) Teneinde het begrip voldoen-aan te definiëren, moeten we gebruik maken van een bepaalde vorm van recursieve definitie die in de object-taal niet is toegestaan. Derhalve kan de „wezenlijke rijkdom" van de metataal eenvoudigweg bestaan in de toelating van dit type van definitie. Anderzijds kent men een algemene methode die het mogelijk maakt, alle recursieve definities te elimineren en ze door normale, expliciete, definities te vervangen. Trachten we deze methode toe te passen op de definitie van voldoen-aan, dan zien we dat we, hetzij in de metataal veranderlijken moeten invoeren van hoger type dan de in de object-taal voorkomende, hetzij in de metataal axiomatisch het bestaan dienen te onderstellen van klassen, omvangrijker dan die waarvan in de object-taal het bestaan kan worden aangetoond. Verg. Tarski [2], pp. 393 ss., en Tarski [5], p. 110.

† *Noot van de vertaler:* De lezer denke in dit verband aan wat in § 5 over de rol der quantoren en der vrije veranderlijken is gezegd. Een samengestelde volzin kan zijn ontstaan uit twee volzinnen, die door een der in § 13 beschreven symbolen verbonden zijn; maar hij kan ook verkregen zijn door toepassing van een of meer quantoren op een volzinsfunctie met een of meer vrije veranderlijken. Die volzinsfunctie kan dan weer zijn verkregen door verbinding van enige eenvoudiger volzinsfuncties met behulp van de symbolen van § 13; enz. (de verwijzingen zijn naar Tarski [6]).

13. Uitbreiding van de resultaten tot andere semantische begrippen

De meeste resultaten waartoe we in de vorige §§ gekomen zijn bij het bespreken van het waarheidsbegrip kunnen, met passende wijzigingen, tot andere semantische begrippen worden uitgebreid, bijvoorbeeld tot het begrip voldoen-aan (dat in onze bespreking reeds een rol heeft gespeeld) en tot de begrippen *aanduiding* en *definitie*.

Elk van deze begrippen kan worden geanalyseerd op de wijze die in de analyse van het waarheidsbegrip werd gevolgd. Zo kunnen we kriteria opstellen voor het juiste gebruik van elk van deze begrippen; we kunnen aantonen dat ieder van deze begrippen, indien het gebruikt wordt in overeenstemming met deze kriteria in een semantisch afgesloten taal, noodzakelijk tot tegenspraak leidt [19]); een scheiding tussen object-taal en metataal wordt weer onmisbaar; en de „wezenlijke rijkdom" van de metataal blijkt in ieder geval een noodzakelijke en voldoende voorwaarde te vormen voor de mogelijkheid van een bevredigende definitie van het betreffende begrip. Derhalve zijn de uitkomsten, verkregen bij het bespreken van één bijzonder semantisch begrip, evenzeer van toepassing op het algemene probleem van de grondslagen der theoretische semantiek.

Binnen de theoretische semantiek kunnen we nog enkele andere begrippen definiëren en onderzoeken, waarvan de intuïtieve inhoud ingewikkelder is en het semantisch karakter minder voor de hand ligt; we denken hier bijvoorbeeld aan de belangrijke begrippen *gevolgtrekking*, *synonymie* en *betekenis*. [20])

---

[17]) Tengevolge van de ontwikkeling der moderne logica heeft het begrip mathematisch bewijs een ver-gaande vereenvoudiging doorgemaakt. Een volzin van een gegeven geformaliseerde wetenschap is bewijsbaar indien hij uit de axioma's van die wetenschap kan worden verkregen door toepassing van bepaalde eenvoudige en zuiver formele afleidingsregels, zoals de implicatieregel en de substitutieregel. Om aan te toenen, dat alle bewijsbare volzinnen waar zijn, is het dus voldoende, te bewijzen, dat alle als axioma's aangenomen volzinnen waar zijn, en dat de afleidingsregels bij toepassing op ware volzinnen steeds weer ware volzinnen opleveren; en dit levert doorgaans geen moeilijkheden op.

Gezien het elementair karakter van het begrip bewijsbaar, vereist, aan de andere kant, een nauwkeurige definitie van dit begrip slechts tamelijk eenvoudige logische hulpmiddelen. In de meeste gevallen zijn de logische hulpmiddelen, beschikbaar in de geformaliseerde wetenschap zelf (waarnaar het begrip bewijsbaar verwijst), ruimschoots voldoende voor dit doel. We weten echter, dat met betrekking tot het waarheidsbegrip juist het omgekeerde geldt. Derhalve kunnen, in de regel, de begrippen waar en bewijsbaar niet samenvallen; en daar elke bewijsbare volzin waar is, moeten er ware volzinnen zijn die niet bewijsbaar zijn.

We hebben ons hier beziggehouden met de theorie der semantische begrippen die verwijzen naar een individuele object-taal (hoewel de specifieke eigenschappen van deze taal in onze redeneringen geen rol hebben gespeeld). We zouden echter ook het vraagstuk kunnen beschouwen van de ontwikkeling ener *algemene semantiek* die van toepassing zou zijn op een omvangrijke klasse van object-talen. Een aanmerkelijk deel van onze voorgaande beschouwingen kan worden uitgebreid tot dit algemene probleem; evenwel rijzen er in dit verband nieuwe moeilijkheden, die hier niet besproken zullen worden. Ik wil alleen opmerken dat de (in § 10 genoemde) axiomatische methode wellicht het meest geschikt zal blijken voor de behandeling van dit vraagstuk. [21])

II

POLEMISCHE OPMERKINGEN

14. Is de semantische conceptie der waarheid de „juiste"?

Ik wil het polemisch deel van dit artikel beginnen met enkele algemene opmerkingen.

Ik hoop dat niets van hetgeen hier gezegd wordt zal worden uitgelegd als een eis tot erkenning van de semantische waarheidsconceptie als de „juiste" of zelfs de „enig mogelijke". Ik heb in genen dele de bedoeling iets bij te dragen tot de eindeloze, vaak heftige, discussies over de vraag: „Wat is de juiste waarheidsconceptie?" [22]) Ik moet bekennen dat ik niet begrijp wat er bij dergelijke disputen in het geding is; want het probleem is zo vaag dat een wel-bepaalde oplossing niet mogelijk is. Het komt mij

---

[18]) De theorie der waarheid verschaft ons derhalve een algemene methode voor het leveren van contradictieloosheidsbewijzen voor geformaliseerde mathematische wetenschappen. Men ziet evenwel gemakkelijk in dat een met deze methode verkregen bewijsvoering slechts dan een zekere intuïtieve waarde kan bezitten — dat wil zeggen, ons kan overtuigen, dat de betreffende wetenschap werkelijk niet-strijdig is, of onze overtuiging dienaangaande kan versterken —, indien we erin slagen de waarheid te definiëren in termen van een metataal die niet de object-taal als deel omvat (men verg. hier een in § 9 gemaakte opmerking). Immers alleen in dit geval kunnen de deductieve vooronderstellingen van de metataal intuïtief eenvoudiger en evidenter zijn dan die van de object-taal — zelfs al is formeel voldaan aan de eis van „wezenlijke rijkdom". Verg. hier eveneens Tarski [3], p. 7.

De onvolledigheid van een omvangrijke klasse van geformaliseerde wetenschappen vormt de wezenlijke inhoud van een fundamenteel theorema van K. Gödel; verg. Gödel [1], pp. 187 ss. De verklaring van het feit dat de theorie der waarheid zo rechtstreeks het theorema van Gödel levert is tamelijk eenvoudig. Bij de afleiding van Gödel's resultaat uit de theorie der waarheid maken we op essentiële wijze gebruik van het feit, dat de waarheidsdefinitie niet kan worden gegeven in een

werkelijk voor, dat de zin waarin de uitdrukking „de juiste conceptie" wordt gebruikt nooit duidelijk is gemaakt. In de meeste gevallen krijgt men de indruk dat de bedoelde uitdrukking gebruikt wordt in een bijna mystieke zin, die berust op de overtuiging dat ieder woord slechts een „werkelijke" betekenis (een soort van Platonische of Aristotelische idee) bezit, en dat alle wedijverende concepties feitelijk deze ene betekenis te pakken trachten te krijgen; daar ze elkaar echter tegenspreken, kan slechts één poging succes hebben, en dus is slechts één conceptie de „juiste".

Dit soort dispuut is geenszins beperkt tot het waarheidsbegrip. Het doet zich voor op elk gebied waar — in plaats van een exacte, wetenschappelijke, terminologie — de gewone taal in al haar vaagheid en dubbelzinnigheid wordt gebruikt; en zulke disputen zijn altijd zonder betekenis, en dientengevolge ijdel.

Het is mijns inziens evident dat de enige rationele benadering van zulke problemen de volgende zou zijn: Wij zouden ons verzoenen met het feit dat we niet tegenover een enkel begrip staan, maar tegenover verschillende begrippen die door eenzelfde woord worden aangeduid; wij zouden deze begrippen zo duidelijk mogelijk trachten te maken (door middel van definitie, of met behulp van een axiomatische werkwijze, of langs nog weer andere weg); om verdere verwarring te voorkomen, zouden we afspreken, verschillende termen te gebruiken ter aanduiding van verschillende begrippen; en daarna zouden we kunnen overgaan tot een rustige en stelselmatige studie van alle betrokken begrippen, waardoor hun voornaamste eigenschappen en wederkerige betrekkingen aan het licht zouden worden gebracht.

---

metataal die slechts even „rijk" is als de object-taal (verg. noot 17); echter wordt bij het bewijs hiervan een redeneerwijze gevolgd die zeer nauw verwant is met de (voor het eerst) door Gödel toegepaste. Hieraan kan worden toegevoegd, dat Gödel zich ten duidelijkste liet leiden door bepaalde intuïtieve overwegingen aangaande het waarheidsbegrip, al treedt dit begrip niet explicite op in zijn bewijs; verg. Gödel [1], Ss. 174 f.

19) De begrippen aanduiding en definitie geven opvolgend aanleiding tot de antinomieën van Grelling-Nelson en van Richard (verg. noot 9). Teneinde een antinomie te verkrijgen voor het begrip voldoen-aan, construeren we de volgende uitdrukking:

De volzinsfunctie X voldoet niet aan X.

We komen tot een tegenspraak als we ons afvragen, of deze uitdrukking, die kennelijk een volzinsfunctie is, al of niet aan zichzelf voldoet.

20) Alle in deze § genoemde begrippen kunnen in termen van voldoen-aan worden gedefiniëerd. We kunnen bijvoorbeeld zeggen dat een gegeven term een gegeven object aanduidt indien dit object voldoet aan de volzinsfunctie „*x is identiek met T*";

Met betrekking tot het waarheidsbegrip geldt ongetwijfeld dat er in wijsgerige discussies — en wellicht ook in het dagelijks woordgebruik — een aantal later ingevoerde concepties van dit begrip zijn aan te treffen die aanzienlijk afwijken van de klassieke (waarvan de semantische conceptie slechts een gemoderniseerde vorm is). Verschillende van deze concepties zijn werkelijk in de litteratuur besproken, bijvoorbeeld de pragmatische conceptie, de cohaerentie-theorie, enzomeer. [6])

Het komt mij voor dat tot dusver geen van deze concepties in een begrijpelijke en ondubbelzinnige vorm is gebracht. Dit kan evenwel veranderen; er kan een tijd komen dat wij verschillende onverenigbare maar even duidelijke en nauwkeurige waarheidsconcepties tegenover ons zien. Het zal dan nodig worden, het dubbelzinnige gebruik van het woord „*waar*" op te geven, en in plaats ervan verschillende termen in te voeren, elk ter aanduiding van een ander begrip. Ik zou niet gegriefd zijn, indien een toekomstig wereldcongres van „waarheidstheoretici" zou besluiten — bij meerderheid van stemmen — het woord „*waar*" te reserveren voor een van de niet-klassieke concepties, en een ander woord, bijvoorbeeld „*taar*", voor de hier beschouwde conceptie. Maar ik kan me niet voorstellen dat iemand met kracht van argumenten zou kunnen bewijzen dat de semantische conceptie „onjuist" is en geheel opgegeven zou dienen te worden.

15. De formele correctheid der voorgestelde waarheidsdefinitie

De bezwaren die meer in het bijzonder tegen mijn onderzoekingen zijn ingebracht kunnen worden ondergebracht in verschillende groepen; elk daarvan zal afzonderlijk worden besproken.

Ik denk dat practisch al deze bezwaren zich richten, niet tegen de door mij gegeven bijzondere definitie, maar tegen de semantische waarheidsconceptie in het algemeen. Zelfs die welke worden aangevoerd tegen de definitie zoals ze werkelijk is geconstrueerd zouden kunnen worden overgebracht op elke andere definitie die met deze conceptie in overeenstemming is.

„*T*" vertegenwoordigt hier de gegeven term. Evenzo zegt men dat een volzinsfunctie een gegeven object definieert indien dit laatste het enige object is dat aan die functie voldoet. Voor een definitie van gevolgtrekking, zie Tarski [4], en voor die van synonymie—Carnap [2].

[21]) De algemene semantiek is het onderwerp van Carnap [2]. Verg. hier ook opmerkingen in Tarski [2], pp. 388 s.

[22]) Verg. verschillende aanhalingen bij Ness [1], pp. 13 s.

Dit geldt, in het bijzonder, voor die bezwaren welke betrekking hebben op de formele correctheid van de definitie. Mij zijn enkele bezwaren van deze soort ter ore gekomen; maar ik betwijfel zeer of we ook maar één ervan au sérieux moeten nemen.

Als typerend voorbeeld moge ik één zo'n tegenwerping in hoofdtrekken weergeven. [23]) Bij het opstellen van de definitie maken we noodzakelijkerwijze gebruik van volzinsverbindingen, dat wil zeggen, van uitdrukkingen als *„als . . . dan"*, *„of"*, enzomeer. Deze treden op in het definiens; en één ervan, namelijk de zinswending *„dan en dan alleen als"* wordt gewoonlijk gebruikt om het definiendum met het definiens te verbinden. Het is echter bekend dat de betekenis van de volzinsverbindingen in de logica verklaard wordt met behulp van de woorden *„waar"* en *„onwaar"*; zo zeggen we dat een gelijkwaardigheid, dat wil zeggen: een volzin van de vorm *„p dan en dan alleen, als q"*, waar is, indien òf beide leden, dat wil zeggen: de volzinnen voorgesteld door *„p"* en *„q"*, waar, òf beide onwaar zijn. Dus bevat de waarheidsdefinitie een vicieuse cirkel. Indien deze tegenwerping steek hield, dan zou het niet mogelijk zijn, een formeel correcte waarheidsdefinitie te geven; want we zijn niet bij machte een samengestelde volzin op te stellen zonder gebruik te maken van volzinsverbindingen of van andere logische termen die met behulp van deze gedefiniëerd worden. Maar gelukkig staan de zaken niet zo ongunstig.

Het is ongetwijfeld juist dat een streng deductieve opbouw van de logica dikwijls wordt voorafgegaan door bepaalde uitspraken die de voorwaarden verklaren, onder welke volzinnen van de vorm *„als p, dan q"* enzomeer als waar of als onwaar worden beschouwd. (Zulke verklaringen geeft men vaak een schematische gedaante, met behulp van zogenaamde waarheidstafels.) Dergelijke uitspraken vallen echter buiten het systeem der logica en moeten niet worden beschouwd als definities van de betreffende termen. Ze worden niet geformuleerd in de taal van het systeem, maar zijn veeleer tamelijk speciale gevolgtrekkingen uit de in de metataal gegeven waarheidsdefinitie. Daarenboven zijn de bedoelde uitspraken geenszins van invloed op de deductieve ontwikkeling van de logica. Want in zulk een ontwikkeling wordt de vraag, of een bepaalde volzin waar is, niet besproken, het interesseert ons alleen of hij bewijsbaar is. [24])

---

[23]) De namen van de personen die bezwaren hebben aangevoerd zullen hier slechts dan worden vermeld, indien hun tegenwerpingen in druk verschenen zijn.

[24]) We moeten er echter met nadruk op wijzen, dat de stand van zaken ten aanzien van de vermeende vicieuse cirkel zelfs dan niet zou veranderen, indien we een ander gezichtspunt zouden aanvaarden, dat bijvoorbeeld in Carnap [2] wordt

Vanaf het ogenblik echter, dat we ons binnen het deductieve systeem der logica bevinden — of binnen dat van een op de logica gefundeerde wetenschap, zoals de semantiek — beschouwen we ofwel de volzinsverbindingen als ongedefiniëerde termen, ofwel we definiëren ze met behulp van andere volzinsverbindingen, maar nooit met behulp van termen als „*waar*" of „*onwaar*". Spreken we bijvoorbeeld af, de uitdrukkingen „*niet*" en „*als . . . dan*" (en eventueel ook „*dan en dan alleen, als*") te beschouwen als ongedefiniëerde termen, dan kunnen we de term „*of*" definiëren door vast te stellen, dat een volzin van de vorm „*p of q*" gelijkwaardig is met de eraan beantwoordende volzin van de vorm: „*als niet p, dan q*". De definitie kan bijvoorbeeld als volgt worden ingekleed:

(p of q) dan en dan alleen, als (als niet p, dan q).

Klaarblijkelijk bevat deze definitie geen semantische termen. Een vicieuse cirkel is evenwel slechts dan aanwezig, indien het definiens hetzij de te definiëren term zelf, hetzij andere met behulp ervan gedefiniëerde termen, bevat. We zien dus duidelijk dat het gebruik van volzinsverbindingen bij het definiëren van de semantische term „*waar*" geen cirkel bevat.

Ik wil hier nog een andere tegenwerping vermelden die ik in de litteratuur heb aangetroffen en die eveneens betrekking heeft op de formele correctheid, zoal niet van de waarheidsdefinitie zelf, dan toch van de redeneringen die leiden tot deze definitie. [25])

De auteur van deze tegenwerping maakt de fout, het schema (T) (uit § 4) voor een waarheidsdefinitie aan te zien. Tot deze vermeende definitie richt hij het verwijt van „ontoelaatbare kortheid, dat wil zeggen: onvolledigheid", die „ons niet de mogelijkheid verschaft, uit te maken, of met „gelijkwaardigheid" een logisch-formele, dan wel een niet-logische en structureel niet-beschrijfbare relatie wordt

---

beschreven, dat wil zeggen: als we de omschrijving van de voorwaarden onder welke de volzinnen van een taal waar zijn als een wezenlijk onderdeel van de beschrijving van die taal zouden beschouwen. Wij wijzen er anderzijds op dat de in de hoofdtekst beschreven zienswijze niet de mogelijkheid uitsluit, dat in een deductieve ontwikkeling van de logica van waarheidstafels wordt gebruik gemaakt. In dit geval moeten de waarheidstafels echter uitsluitend worden opgevat als een formeel apparaat ter toetsing van de bewijsbaarheid van bepaalde volzinnen; en aan de symbolen „W" en „O" die er in optreden en die doorgaans worden opgevat als afkortingen van „*waar*" en „*onwaar*" dient geen enkele intuitieve betekenis te worden gehecht.

[25]) Verg. Juhos [1]. Ik moet bekennen, dat ik Juhos' bezwaren niet begrijp en dat ik niet weet, waar ik ze moet onderbrengen; ik bepaal me daarom tot de bespreking van enkele punten van formele aard. Von Juhos schijnt mijn waarheidsdefinitie niet te kennen; hij verwijst alleen naar de informele uiteenzetting in Tarski

bedoeld." Om dit „gebrek" weg te nemen, stelt hij voor, (T) op één van de volgende manieren aan te vullen:

(T′) *X is waar, dan en dan alleen, als p waar is,*

of

(T″) *X is waar, dan en dan alleen, als p het geval is (dat wil zeggen: als wat p zegt, het geval is).*

Daarna bespreekt hij deze twee nieuwe „definities", waarvan hij onderstelt dat ze vrij zijn van het oude, formele, „gebrek", maar die nu op andere, niet-formele, gronden onbevredigend blijken te zijn. Dit nieuwe bezwaar schijnt voort te vloeien uit een misverstand aangaande de natuur der volzinsverbinden (en schijnt dus in zekere zin verwant te zijn met de hiervóór besproken tegenwerping). De auteur van het bezwaar schijnt niet te beseffen, dat de zinswending „*dan en dan alleen, als*" (in tegenstelling tot zinswendingen als „*zijn gelijkwaardig*" of „*is gelijkwaardig met*") in het geheel geen relatie tussen volzinnen uitdrukt, omdat ze geen namen van volzinnen verbindt.

In het algemeen berust de hele argumentatie op een opvallende verwisseling van volzinnen en hun namen. Het is voldoende er op te wijzen, dat — in tegenstelling tot (T) — de schemata (T′) en (T″) bij vervanging van „*p*" door een volzin geen enkele uitdrukking opleveren die iets betekent; want de uitdrukkingen „*p is waar*" en „*p is het geval*" (dat wil zeggen: „*wat p zegt, is het geval*") hebben geen betekenis indien „*p*" wordt vervangen door een volzin, en niet door een naam van een volzin (verg. § 4). [26])

Terwijl de auteur van de tegenwerping schema (T) als „ontoelaatbaar kort" beschouwd, hel ik er van mijn kant toe over, de schema's (T′) en (T″) als „ontoelaatbaar lang" te beschouwen. En ik denk zelfs dat ik deze uitspraak kan bewijzen op grond van de volgende

---

[3] waar de definitie in het geheel niet wordt gegeven. Als hij de werkelijke definitie kende, zou hij zijn argumentatie moeten wijzigen. Maar ik twijfel er niet aan, of hij zou in deze definitie eveneens zekere „gebreken" ontdekken. Want hij gelooft het bewijs te hebben geleverd, dat „op principiële gronden het opstellen van zulk een definitie onmogelijk is."

[26]) De zinswendingen „*p is waar*" en „*p is het geval*" (of beter: „*het is waar, dat p*" en: „*het is het geval, dat p*") worden soms gebruikt in informele beschouwingen, en wel vooral om stylistische redenen; maar ze worden dan opgevat als synoniem met de door „*p*" voorgestelde volzin. Anderzijds kunnen, voorzover ik de situatie begrijp, de betreffende zinswendingen door von Juhos niet zijn gebruikt als synoniemen voor „*p*"; want anders zou de vervanging van (T) door (T′) of (T″) geen „verbetering" kunnen vormen.

definitie: Men zegt dat een uitdrukking „ontoelaatbaar lang" is, indien ze (i) geen betekenis bezit en (ij) verkregen is uit een uitdrukking met betekenis door invoeging van overbodige woorden.

16. Overbodigheid der semantische termen - hun eventuele eliminatie

De tegenwerping die ik nu ga bespreken heeft niet meer betrekking op de formele correctheid van de definitie, maar houdt nog wel verband met bepaalde formele aspecten van de semantische waarheidsconceptie.

We hebben gezien dat het wezenlijk kenmerk van deze conceptie hierin gelegen is, dat de volzin „*X is waar*" als gelijkwaardig wordt beschouwd met de door „*X*" aangeduide volzin (waarin „*X*" een naam van een volzin der object-taal vertegenwoordigt). Bijgevolg kan de term „*waar*", indien hij voorkomt in een enkelvoudige volzin van de vorm „*X is waar*", gemakkelijk worden geëlimineerd, en de volzin zelf, die tot de metataal behoort, kan worden vervangen door een volzin uit de object-taal; en hetzelfde geldt voor samengestelde volzinnen, mits de term „*waar*" hierin uitsluitend voorkomt als onderdeel van uitdrukkingen van de vorm „*X is waar*". Sommigen hebben daarom met klem de opvatting verdedigd, dat de term „*waar*" in de zin der semantiek altijd kan worden geëlimineerd, en dat om deze reden de semantische waarheidsconceptie volkomen onvruchtbaar en nutteloos is. En daar dezelfde overwegingen gelden voor de andere semantische begrippen, heeft men wel de conclusie getrokken dat de semantiek in haar geheel niets dan een spel met woorden is en op zijn best een onschuldige liefhebberij.

Maar zo eenvoudig is de zaak niet. [27]) De hier besproken soort van eliminatie kan niet altijd worden uitgevoerd. Ze is niet uitvoerbaar bij universele uitspraken die het feit uitdrukken, dat alle volzinnen van een bepaald type waar zijn, of dat alle ware volzinnen een zekere eigenschap bezitten. We kunnen in de theorie der waarheid bijvoorbeeld de volgende uitspraak bewijzen:

Alle gevolgtrekkingen uit ware volzinnen zijn waar.

We kunnen hier het woord „*waar*" echter niet op de beschouwde eenvoudige manier kwijt raken.

Maar zelfs bij bijzondere volzinnen van de vorm „*X is waar*" is zo'n eenvoudige eliminatie niet altijd mogelijk. Deze eliminatie is slechts in die gevallen werkelijk uitvoerbaar waar de naam van de volzin, waarvan gezegd wordt dat hij waar is, ons in staat stelt, die

---

[27]) Verg. de bespreking van dit vraagstuk in Kokoszyńska [1], Ss. 161 ff.

volzin zelf te reconstrueëren. Onze tegenwoordige historische kennis geeft ons bijvoorbeeld geen enkele mogelijkheid het woord „*waar*" te elimineren uit de volgende volzin:

De eerste volzin, door Plato geschreven, is waar.

Daar we een waarheidsdefinitie bezitten en daar elke definitie ons in staat stelt, het definiendum door zijn definiens te vervangen, is in theorie een eliminatie van de term „*waar*" in zijn semantische zin natuurlijk steeds mogelijk. Maar dit zou niet de hierboven besproken eenvoudige eliminatie zijn, en het resultaat zou niet zijn de vervanging van een volzin in de metataal door een volzin in de objecttaal.

Maar wanneer iemand toch volhoudt dat — wegens de theoretische mogelijkheid, het woord „*waar*" op grond van zijn definitie te elimineren — het waarheidsbegrip onvruchtbaar is, dan moet hij tevens de conclusie aanvaarden dat alle gedefiniëerde begrippen onvruchtbaar zijn. Maar deze slotsom is zo ongerijmd en historisch zo onhoudbaar dat elk commentaar verder overbodig is. Zelf ben ik veeleer geneigd in te stemmen met hen, die beweren dat de ogenblikken van de grootste scheppende vooruitgang in de wetenschap vaak samenvallen met de invoering van nieuwe begrippen door middel van definitie.

17. Overeenstemming van de semantische waarheidsconceptie met het gebruik in de wijsbegeerte en van het gezond verstand

Men heeft wel de vraag opgeworpen of de semantische waarheidsconceptie inderdaad kan beschouwd worden als een precisering van de oude, klassieke opvatting van dit begrip.

In het eerste deel van dit artikel (§ 3) zijn verschillende formuleringen van de klassieke conceptie aangehaald. Ik herhaal dat naar mijn oordeel geen ervan heel nauwkeurig en duidelijk is. Derhalve zou de enige zekere weg, de vraag eens en vooral de beslechten, deze zijn, dat we aan de auteurs van de bedoelde uitspraken onze nieuwe formulering voorlegden, en hun vroegen of deze in overeenstemming is met hun bedoelingen. Helaas is deze methode niet erg practisch daar ze geruime tijd geleden gestorven zijn.

Wat mijn eigen mening betreft, ik twijfel er geenszins aan dat onze formulering overeenstemt met de intuïtieve inhoud van die van Aristoteles. Minder zeker ben ik ten aanzien van de latere

formuleringen van de klassieke conceptie, want deze zijn toch wel heel vaag. [28])

Verder heeft men betwijfeld of de semantische conceptie het waarheidsbegrip weergeeft zoals het gebruikt wordt door het gezond verstand en in de omgangstaal. Ik besef duidelijk (ik heb hierop reeds gewezen), dat de gangbare betekenis van het woord *„waar"* — evenals die van elk ander woord uit de omgangstaal — tot op zekere hoogte vaag is, en dat het gebruik ervan enigszins wisselt. Dientengevolge is het probleem, aan dit woord een vaste en nauwkeurige betekenis toe te wijzen, betrekkelijk onbepaald, en elke oplossing van dit probleem brengt noodzakelijk een zekere afwijking mee van het gebruik in de omgangstaal.

Dit alles ten spijt geloof ik dat de semantische conceptie in zeer aanzienlijke mate overeenstemt met het gebruik van het gezond' verstand — al geef ik onmiddellijk toe dat ik me hierin kan vergissen. Maar wat van meer belang is, ik geloof dat de hier gestelde vraag voor wetenschappelijke behandeling toegankelijk is, hoewel natuurlijk niet door middel van een deductieve werkwijze, maar met behulp van de statistische methode der ondervraging. Dergelijke onderzoekingen zijn reeds werkelijk uitgevoerd, en sommige resultaten ervan zijn reeds op congressen medegedeeld en ten dele gepubliceerd. [29])

Ik wil er gaarne de aandacht op vestigen, dat naar mijn mening dergelijke onderzoekingen met grote zorg moeten worden aangevat. Vragen we bijvoorbeeld aan een jongen van de middelbare school, of zelfs aan een volwassen man met een goed verstand maar zonder wijsgerige vorming, of hij een volzin als waar beschouwd indien deze met de werkelijkheid overeenstemt, of indien hij een bestaande stand van zaken aanduidt, dan kan eenvoudig blijken dat hij de gestelde vraag niet begrijpt; bijgevolg zal zijn antwoord, hoe dit ook moge luiden, voor ons van geen waarde zijn. Maar zijn antwoord op de vraag, of hij zou toegeven dat de volzin *„het sneeuwt"* waar kan zijn ook al sneeuwt het niet, of onwaar ook al sneeuwt het, zou natuurlijk van veel betekenis zijn met het oog op ons probleem. Daarom was ik ook geenszins verrast toen ik (in een gedachtenwisseling aan deze vraagstukken gewijd) vernam, dat er, in een

---

[28]) De meeste schrijvers die mijn werk over het waarheidsbegrip besproken hebben zijn van mening dat mijn definitie overeenstemt met de klassieke conceptie van dit begrip; zie bijvoorbeeld Kotarbiński [2] en Scholz [1].

[29]) Verg. Ness [1]. Helaas worden de resultaten van Ness' onderzoek, voorzover in het bijzonder met het oog op ons probleem, in zijn boek niet besproken; vergelijk p. 148, noot 1.

groep van personen die ondervraagd werden, maar 15 % toestemden dat „*waar*” betekent „*overeenstemmend met de werkelijkheid*”, terwijl 90 % er mee instemden, dat een volzin zoals „*het sneeuwt*” waar is, dan en dan alleen, als het sneeuwt. Derhalve leek een grote meerderheid onder deze mensen de klassieke waarheidsconceptie in haar „wijsgerige” formulering te verwerpen, terwijl ze dezelfde conceptie aanvaardden toen deze in eenvoudige bewoordingen werd geformuleerd (de vraag, of het hier gerechtvaardigd is, de zinswending „dezelfde conceptie” te gebruiken, laten we nu maar buiten beschouwing).

18. De definitie in haar betrekking tot het „wijsgerig waarheidsprobleem” en tot verschillende stromingen in de kennistheorie

Ik heb wel eens horen aanvoeren, dat de formele waarheidsdefinitie niets heeft uit te staan met „het wijsgerig waarheidsbegrip”. [30]) Niemand heeft mij echter op een begrijpelijke manier uiteengezet, waarin dit probleem nu eigenlijk bestaat. Men heeft mij verteld dat mijn definitie, hoewel ze noodzakelijke en voldoende voorwaarden vastlegt voor het waar zijn van een volzin, niet werkelijk het „wezen” vat van dit begrip. Aangezien ik nimmer in staat ben geweest te begrijpen, wat het „wezen” is van een begrip, zal men mij ten goede moeten houden dat ik op dit punt niet verder in ga.

In het algemeen geloof ik niet dat er een „wijsgerig waarheidsprobleem” bestaat. Wel geloof ik dat er verschillende belangwekkende (maar niet noodzakelijk wijsgerige) problemen omtrent het waarheidsbegrip bestaan, maar ik geloof tevens dat deze alleen op grond van een nauwkeurige definitie van dit begrip exact geformuleerd en eventueel opgelost kunnen worden.

Voert men van de ene kant tegen de waarheidsdefinitie het verwijt aan, dat ze niet wijsgerig genoeg is, van andere zijde heeft men een reeks van bezwaren opgeworpen die deze definitie ernstige wijsgerige consequenties, steeds van zeer onwenselijke aard, ten laste leggen. Ik zal thans een bijzondere opwerping van dit type bespreken; in de volgende § zal ik nog een groep van dergelijke bezwaren behandelen.

---

[30]) Hoewel deze mening mij meermalen ter ore is gekomen, heb ik haar maar éénmaal in druk gezien, en wel, wonderlijk genoeg, in een werk dat geenszins een wijsgerig karakter heeft — en wel in Hilbert-Bernays [1], 2. Bd, S. 269 (waar ze, trouwens, geenszins als tegenwerping wordt aangevoerd). Daarentegen heb ik in besprekingen van mijn werk door philosophen van professie nimmer een opmerking van deze strekking aangetroffen (verg. noot 1).

Men heeft gesteld dat — op grond van het feit dat een volzin als „sneeuw is wit" als semantisch waar wordt beschouwd, indien sneeuw *in feite* wit is (cursivering door de criticus) — de logica wordt verwikkeld in het meest oncritisch realisme. [31])

Als er gelegenheid was, over deze tegenwerping met haar auteur van gedachten te wisselen, zou ik twee punten aanroeren. In de eerste plaats zou ik hem verzoeken, de woorden „*in feite*" weg te laten; ze treden in de oorspronkelijke formulering niet op en ze zijn misleidend, ook al zijn ze niet van invloed op de inhoud. Want deze woorden vestigen de indruk als zou de semantische waarheidsconceptie ten doel hebben, de voorwaarden vast te leggen, onder welke we het recht hebben, een gegeven volzin, en inzonderheid een empirische volzin, te asserteren. We behoeven echter maar een ogenblik na te denken om in te zien, dat deze indruk een illusie is; en ik denk dat de auteur van de tegenwerping het slachtoffer is van de illusie die hij zelf heeft opgewekt.

De semantische waarheidsdefinitie impliceert immers niets aangaande de voorwaarden onder welke een volzin als (1):

(1) *sneeuw is wit*

kan worden geasserteerd. Zij impliceert alleen dat we, wannéér we deze volzin asserteren of verwerpen, steeds ook bereid moeten zijn, de bijbehorende volzin (2):

(2) *de volzin „sneeuw is wit" is waar*

te asserteren of te verwerpen.

Zodoende kunnen we de semantische waarheidsconceptie aanvaarden zonder dat we onverschillig welke kennistheoretische houding, die mochten hebben, behoeven prijs te geven; we kunnen blijven wat we tevoren waren — naïeve realisten, critische realisten of idealisten, empiristen of metaphysici. De semantische conceptie is volkomen neutraal ten aanzien van al deze twistpunten.

In de tweede plaats zou ik trachten, nadere inlichtingen te verkrijgen omtrent de waarheidsconceptie die (naar de mening van de auteur der tegenwerping) de logica niet in het meest oncritisch realisme zou verwikkelen. Ik zou menen dat zulk een conceptie onverenigbaar moet zijn met de semantische. Derhalve moeten er volzinnen zijn die waar moeten zijn volgens een dezer concepties maar niet volgens de andere. Neem aan dat, bijvoorbeeld, volzin (1) van deze soort is. Volgens de semantische conceptie wordt de waar-

[31]) Verg. Gonseth [1], pp. 187 s.

heid van deze volzin bepaald door een gelijkwaardigheid van de vorm (T):

De volzin „sneeuw is wit" is waar, dan en dan alleen, als sneeuw wit is.

Derhalve moeten we volgens de nieuwe conceptie deze gelijkwaardigheid verwerpen, en bijgevolg haar ontkenning:

De volzin „sneeuw is wit" is waar, dan en dan alleen, als sneeuw niet wit is (of wellicht: *als sneeuw in feite niet wit is*)

aannemen.

Dit klinkt nogal paradoxaal. Ik beschouw zulk een gevolg van de nieuwe conceptie niet als ongerijmd; maar ik ben wel een beetje bang dat in de toekomst iemand deze conceptie ten laste zal leggen, de logica te verwikkelen in het „meest spitsvondige irrealisme". In elk geval lijkt het me van belang te beseffen, dat elke waarheidsconceptie onverenigbaar met de semantische dergelijke gevolgen meebrengt.

Ik heb bij deze kwestie iets langer stil gestaan, niet omdat de besproken tegenwerping me heel belangrijk toeschijnt, maar omdat bepaalde punten die in de discussie werden aangeroerd door allen, die op verschillende kennis-theoretische gronden geneigd zijn de semantische waarheidsconceptie te verwerpen, in aanmerking dienen te worden genomen.

19. **Vermeende metaphysische elementen in de semantiek**

Men heeft de semantische waarheidsconceptie bij herhaling ten laste gelegd, bepaalde metaphysische elementen te bevatten. Tegenwerpingen van deze soort zijn niet alleen ten aanzien van de waarheidstheorie, maar ook ten aanzien van het gehele terrein der theoretische semantiek gemaakt. [32])

Het is niet mijn bedoeling, het algemene probleem te bespreken, of er bezwaren bestaan tegen de invoering van een metaphysisch element in een wetenschap. De enige vraag, die me hier zal bezighouden is, of en in welke zin de metaphysica een rol speelt in het onderwerp, dat thans ter discussie staat.

De hele vraag hangt er natuurlijk van af, wat men onder „metaphysica" verstaat. Helaas is dit begrip uiterst vaag en dubbelzinnig. Wanneer men luistert naar discussies over dit onderwerp, krijgt men wel eens de indruk dat de term „metaphysisch" elke objectieve

[32]) Zie Nagel [1], en Nagel [2], pp. 471. Bij Weinberg [1], p. 77, vindt men een opmerking, die wellicht in dezelfde richting wijst; verg. echter zijn voorafgaande opmerkingen, pp. 75 s.

betekenis verloren heeft en alleen dienst doet als een soort beroepsscheldwoord voor philosophen.

Voor sommigen is de metaphysica een algemene theorie der objecten (ontologie) — een leer die op zuiver empirische wijze dient te worden ontwikkeld, en die zich van andere empirische wetenschappen slechts door haar algemeenheid onderscheidt. Ik weet niet of er werkelijk zo'n wetenschap bestaat (sommige cynici beweren dat men in de wijsbegeerte ongeboren kinderen pleegt te dopen); maar ik denk dat in elk geval op metaphysica in deze zin niemand iets tegen zal kunnen hebben, en dat ze nauwelijks enig punt van aanraking heeft met de semantiek.

Meestal echter wordt de term „metaphysisch" gebruikt als rechtstreekse tegenstelling — in een of andere zin — tot de term „empirisch"; in elk geval wordt hij zo gebruikt door hen, die ontzetting voelen bij de gedachte, dat er wel eens metaphysische elementen zouden kunnen zijn binnengeslopen in de wetenschap. Deze algemene conceptie der metaphysica neemt verschillende meer specifieke vormen aan.

Zo beschouwen sommigen het als symptomatisch voor de aanwezigheid van een metaphysisch element in een wetenschap indien er methoden van onderzoek worden toegepast die noch deductief noch empirisch zijn. Evenwel is er van dit symptoom in de ontwikkeling der semantiek geen spoor te vinden (tenzij er metaphysische elementen voorkomen in de object-taal naar welke de semantische begrippen verwijzen). In het bijzonder wordt de semantiek der geformaliseerde talen op zuiver deductieve wijze opgebouwd.

Anderen houden vol dat het metaphysisch karakter van een wetenschap vooral van haar woordenschat afhangt en, meer in het bijzonder, van haar primitieve termen. Zo noemt men een term metaphysisch als hij noch logisch nog mathematisch is, en als hij ook niet verbonden is met een empirische procedure die ons in staat stelt, uit te maken, of een ding al dan niet door die term wordt aangeduid. Met betrekking tot zulk een opvatting van de metaphysica is het voldoende er aan te herinneren, dat een metataal slechts drie soorten ongedefiniëerde termen bevat: (i) termen ontleend aan de logica; (ij) termen uit de bijbehorende object-taal, en (iij) namen van uitdrukkingen van de object-taal. Het is dus duidelijk, dat er in de metataal geen ongedefiniëerde metaphysische termen voorkomen (nogmaals: tenzij er zulke termen optreden in de object-taal zelf). Er zijn er echter sommigen, die geloven dat, ook al komen er onder de primitieve termen van een taal geen metaphysische termen voor, deze toch door definities kunnen worden ingevoerd, en wel door die

definities die ons geen kriteria aan de hand doen om uit te maken, of een object al dan niet onder het gedefiniëerde begrip valt. Men voert dan aan, dat de term „*waar*" van deze aard is, aangezien uit de definitie van deze term niet aanstonds een universeel waarheidskriterium voortvloeit, en aangezien algemeen wordt aangenomen (en in zekere zin zelfs kan worden bewezen), dat zulk een kriterium ook nimmer zal worden gevonden. Deze beschouwing aangaande de werkelijke aard van het waarheidsbegrip schijnt volkomen gerechtvaardigd. Maar we moeten er op wijzen dat het waarheidsbegrip zich in dit opzicht niet onderscheidt van tal van begrippen uit de logica, de wiskunde, en het theoretisch deel van verschillende empirische wetenschappen, bijvoorbeeld uit de theoretische natuurkunde.

In het algemeen dient te worden gezegd dat, indien de term „metaphysisch" zo ruim wordt opgevat, dat hij ook van toepassing is op bepaalde begrippen (of methodes) van logica, wiskunde of ervaringswetenschap, hij *a fortiori* van toepassing zal zijn op die van de semantiek. We weten immers reeds uit het eerste deel van dit artikel dat we bij de opbouw van de semantiek van een taal gebruik maken van alle begrippen dezer taal, en dat we zelfs gebruik maken van een logisch apparaat dat sterker is dan dat, waarvan in de taal zelf gebruik wordt gemaakt. Maar anderzijds kan ik de hierboven aangevoerde argumenten samenvatten door te zeggen volgens geen enkele mij bekende en voor mij min of meer begrijpelijke interpretatie van de term „metaphysisch" de semantiek ook maar enig metaphysisch element bevat dat alleen aan háár eigen is.

In verband met deze groep van tegenwerpingen zou ik nog één slotopmerking willen maken. De geschiedenis der wetenschap toont ons vele voorbeelden van begrippen die (in een onscherpe, maar in elk geval afkeurende, zin van deze term) als metaphysisch werden beschouwd, zolang hun betekenis niet nauwkeurig was vastgelegd; maar toen er eenmaal een strenge en formele definitie voor was gegeven, vervluchtigde alle verdenking. Als typerend voorbeeld noem ik de begrippen van de negatieve en van de imaginaire getallen in de wiskunde. Ik hoop dat aan het waarheidsbegrip en aan andere semantische begrippen een dergelijk lot beschoren zal zijn; en derhalve schijnt het me toe dat zij, die ze wegens hun vermeende metaphysische consequenties hebben gewantrouwd, het feit dat we thans over nauwkeurige definities van deze begrippen beschikken zouden moeten toejuichen; indien dientengevolge de semantische begrippen hun wijsgerige betekenis verliezen, dan delen ze alleen het lot van tal van andere wetenschappelijke begrippen, en we behoeven hierover niet rouwig te zijn.

20. **De toepasbaarheid van de semantiek op bijzondere ervaringswetenschappen**

We komen nu tot de laatste en wellicht belangrijkste groep van bezwaren. Men heeft sterk betwijfeld, of de semantische begrippen in verschillende gebieden van intellectuele activiteit toepassing vinden, of althans kunnen vinden. Deze twijfel geldt de toepasbaarheid van de semantiek op het gebied van de ervaringswetenschap — hetzij op de bijzondere wetenschappen, hetzij op de algemene methodeleer van dit terrein; hoewel dezelfde twijfel is uitgesproken met betrekking tot mogelijke toepassingen van de semantiek op de wiskundige wetenschappen en haar methodologie.

Ik geloof dat het mogelijk is deze twijfelingen tot een zekere hoogte te ontzenuwen, en dat er grond is tot enig optimisme ten aanzien van de mogelijke waarde der semantiek voor verschillende gebieden van het denken.

Om dit optimisme te rechtvaardigen behoef ik, dunkt me, maar de aandacht te vestigen op twee nogal voor de hand liggende punten. Ten eerste: de opbouw van een theorie die een nauwkeurige definitie van een begrip opstelt en de algemene eigenschappen ervan aantoont verschaft *eo ipso* een steviger grondslag voor alle beschouwingen waarin dit begrip een rol speelt en is dus van betekenis voor ieder, die dit begrip gebruikt en die hierin bewust en consequent wil zijn. Ten tweede: de semantische begrippen spelen werkelijk een rol in verschillende takken van wetenschap, en met name van ervaringswetenschap.

Het feit dat we ons bij het empirisch onderzoek uitsluitend bezighouden met natuurlijke talen en dat de theoretische semantiek op deze talen alleen bij benadering van toepassing is, is van geen wezenlijke invloed op het probleem. De situatie die we hier aantreffen verschilt niet wezenlijk van die welke optreedt wanneer we de logische wetten toepassen op redeneringen uit het gewone leven — of, in het algemeen, wanneer we een theoretische wetenschap op empirische problemen trachten toe te passen. In meerdere of mindere mate spelen semantische begrippen ongetwijfeld een rol in psychologie, sociologie en practisch alle humaniora. Zo definiëert de psycholoog het zogenaamde intelligentie-quotient in termen van het aantal *ware* (juiste) en *onware* (onjuiste) antwoorden dat een proefpersoon op bepaalde vragen geeft; voor een beoefenaar van de beschavingsgeschiedenis kan het gebied van objecten waarvoor een mensenras in de opeenvolgende stadia van zijn ontwikkeling adaequate *aanduidingen* bezit een zeer belangrijk voorwerp van onderzoek zijn; een beoefenaar van de litteratuurwetenschap kan

zeer veel belang stellen in de vraag, of een bepaalde auteur twee gegeven woorden steeds in dezelfde *betekenis* gebruikt. We zouden dit soort voorbeelden onbepaald kunnen vermeerderen.

Het natuurlijkste en meest belovende veld van toepassing voor de theoretische semantiek is klaarblijkelijk de linguistiek — de empirische studie der natuurlijke talen. Bepaalde delen van deze wetenschap worden zelfs aangeduid als „semantiek", soms met een nadere bepaling. Zo geeft men deze naam wel aan dat hoofdstuk uit de grammatica dat ten doel heeft alle woorden van een taal in woordsoorten onder te brengen, al naar gelang van wat de woorden betekenen of aanduiden. De studie van de ontwikkeling der betekenissen in de loop van de geschiedenis van een taal wordt soms „historische semantiek" genoemd. In het algemeen wordt het onderzoek der semantische betrekkingen die in een taal optreden als „descriptieve semantiek" aangeduid. Het verband tussen theoretische en descriptieve semantiek is vergelijkbaar met dat tussen zuivere en toegepaste wiskunde, beter misschien met dat tussen theoretische en experimentele natuurkunde; de rol der geformaliseerde talen in de semantiek beantwoordt ten ruwste aan die van de geïsoleerde systemen in de natuurkunde.

Het is wellicht niet nodig, te zeggen dat de semantiek niet rechtstreeks kan worden toegepast in natuurwetenschappen als natuurkunde, biologie enz.; want in geen van deze wetenschappen houden we ons bezig met taalverschijnselen, laat staan met semantische betrekkingen tussen linguistische uitdrukkingen en objecten waarnaar deze uitdrukkingen verwijzen. We zullen in de volgende § echter zien, dat de semantiek niettemin op indirecte wijze van invloed kan zijn zelfs op die wetenschappen waarin de semantische begrippen rechtstreeks geen rol spelen.

21. Toepasbaarheid van de semantiek op de methodeleer van de ervaringswetenschap

Een belangrijk veld van mogelijke toepassing der semantiek levert, naast de taalwetenschap, ook de methodeleer der wetenschap; deze term wordt hier in ruime zin bedoeld en omvat dus de theorie der wetenschap in het algemeen. Onverschillig of men de wetenschap uitsluitend opvat als een systeem van uitspraken dan wel als een geheel van zekere uitspraken en menselijke handelingen, vormt de studie van de wetenschappelijke taal een zeer wezenlijk bestanddeel van de methodologische beschouwing ener wetenschap. En het is, dunkt me, duidelijk dat elk streven, de semantische begrippen (als waarheid en aanduiding) uit deze beschouwing te verwijderen,

haar een fragmentarisch en inadaequaat karakter zal opdringen. [33]) Bovendien is er voor een dergelijk streven thans geen grond, nu immers de voornaamste moeilijkheden, verbonden aan het gebruik van semantische termen, overwonnen zijn. De semantiek der wetenschappelijke taal dient eenvoudig als onderdeel in de methodeleer der wetenschap te worden opgenomen.

Het is geenszins mijn bedoeling de methodeleer en, inzonderheid, de semantiek — de theoretische dan wel de descriptieve — te belasten met de taak, de betekenis van alle wetenschappelijke termen te verhelderen. Die taak valt toe aan de wetenschappen waarin de betreffende termen worden gebruikt en wordt ook werkelijk door haar vervuld (op dezelfde wijze als, bijvoorbeeld, de taak, de betekenis van de term „*waar*" te verhelderen, wordt toegewezen aan en vervuld door de semantiek). Er kunnen zich echter bepaalde bijzondere problemen van deze soort voordoen waarbij een methodologische benadering wenselijk of zelfs noodzakelijk is (het probleem van het causaliteitsbegrip is hiervan wellicht een goed voorbeeld); en in de methodologische beschouwingen over zulke problemen zouden de semantische begrippen een wezenlijke rol kunnen spelen. Zodoende kan de semantiek voor elke wetenschap een zekere betekenis verkrijgen.

De vraag rijst of de semantiek hulp zou kunnen bieden bij het oplossen van de algemene en, in zekere zin, klassieke problemen der methodeleer. Ik wil hier iets dieper ingaan op een bijzonder, hoewel zeer belangrijk, aspect van deze vraag.

Een van de hoofdproblemen van de methodeleer der empirische wetenschap is gelegen in het opstellen van voorwaarden onder welke een empirische theorie of hypothese als acceptabel dient te worden aangemerkt. Dit accepteerbaarheidsbegrip dient te worden vastgekoppeld aan een gegeven ontwikkelingsstadium ener wetenschap (of aan gegeven hoeveelheid vóórkennis). Met andere woorden, we kunnen het opvatten als behept met een tijdsfactor; want een theorie die vandaag acceptabel is kan morgen onhoudbaar worden tengevolge van nieuwe wetenschappelijke ontdekkingen. Het lijkt *a priori* zeer aannemelijk dat de accepteerbaarheid van een theorie op de een of andere wijze afhangt van de waarheid van haar volzinnen, en dat bijgevolg de methodoloog bij zijn (tot dusver tamelijk ongeslaagde) pogingen, het begrip acceptabel te preciseren, kan rekenen op enige bijstand van de semantische waarheidstheorie.

---

[33]) Een dergelijk streven kwam tot uiting in vroegere werken van Carnap (zie bv. Carnap [1], vooral Part V) en in de geschriften van andere leden van de Wiener Kreis. Verg. hierover Kokoszyńska [1] en Weinberg [1].

Derhalve stellen we de vraag: Zijn er postulaten die we redelijkerwijs kunnen opleggen aan acceptabele theorieën en waarin het waarheidsbegrip een rol speelt? En in het bijzonder vragen we ons af, of het volgende postulaat redelijk zou zijn:

Een acceptabele theorie kan geen onware volzinnen bevatten (of impliceren).

Het antwoord op de laatste vraag is blijkbaar ontkennend. Want, ten eerste: we zijn er practisch zeker van, op grond van onze geschiedkundige ervaringen, dat elke empirische theorie die heden aanvaard wordt vroeger of later zal worden verworpen en vervangen door een andere theorie. Het is verder zeer waarschijnlijk dat de nieuwe theorie met de oude onverenigbaar zal zijn; dat wil zeggen, ze zal een volzin impliceren die strijdig is met een van de volzinnen in de oude theorie. Derhalve moet minstens één der beide theorieën onware volzinnen bevatten, hoewel elk van hen op een zeker tijdstip is geaccepteerd. Ten tweede: aan het beschouwde postulaat zou in de practijk zelden of nooit voldaan kunnen worden; want we kennen geen waarheidskriteria die ons toestaan te bewijzen, dat geen enkele volzin van een gegeven empirische theorie onwaar is, en het is zeer onwaarschijnlijk dat we dergelijke kriteria ooit vinden.

Het beschouwde postulaat kan dus op zijn best worden aangemerkt als uitdrukking van een ideale limiet voor de elkaar opvolgende steeds meer adaequate theorieën in een gegeven veld van onderzoek; maar hier kunnen we nauwelijks een nauwkeurige betekenis mee verbinden.

Niettemin komt het me voor dat er een belangrijk postulaat is dat we redelijkerwijs kunnen opleggen aan acceptabele empirische theorieën en waarin het waarheidsbegrip een rol speelt. Het is nauw verwant met het zojuist beschouwde, maar wezenlijk zwakker. Gedachtig aan het feit dat het accepteerbaarheidsbegrip behept is met een tijdsfactor kunnen we dit postulaat als volgt formuleren:

Zodra we erin slagen, aan te tonen, dat een empirische theorie onware volzinnen bevat (of impliceert), kunnen we haar niet langer als acceptabel beschouwen.

Ter ondersteuning van dit postulaat zou ik de volgende opmerkingen willen maken.

Ik geloof dat iedereen het er mee eens is dat een van de gronden die ons kunnen dwingen, een empirische theorie te verwerpen, het bewijs van haar strijdigheid is: een theorie wordt onhoudbaar als we erin slagen, er twee tegenstrijdige volzinnen uit af te leiden. Nu kunnen we vragen naar de gangbare motivering voor het verwerpen

van een theorie op deze grond. Wie vertrouwd is met de moderne logica zal geneigd zijn deze vraag als volgt te beantwoorden: Uit een bekende logische wet blijkt dat een theorie die ons toestaat twee tegenstrijdige volzinnen af te leiden, ons óók toestaat, elke volzin af te leiden; derhalve is zulk een theorie triviaal en verstoken van elk wetenschappelijk belang.

Ik betwijfel of dit antwoord een juiste analyse van de stand van zaken inhoudt. Lieden, die de moderne logica niet kennen, zullen, dunkt me, even weinig neiging tonen, een strijdige theorie te accepteren, als zij die er grondig vertrouwd mee zijn; en dit geldt waarschijnlijk zelfs voor hen die (zoals nog steeds voorkomt) de logische wet waarop het betoog berust als hoogst aanvechtbaar, ja bijna als een paradox, beschouwen. Ik denk niet dat onze houding ten aanzien van een strijdige theorie zou veranderen zelfs dan, als we er om een of andere reden toe zouden overgaan, ons logisch systeem zó te verzwakken dat we onszelf de mogelijkheid zouden ontnemen, uit twee tegenstrijdige volzinnen elke volzin af te leiden.

Het komt me voor dat de werkelijke grond voor onze houding elders ligt: We weten (al is het slechts intuïtief) dat een strijdige theorie onware volzinnen moet bevatten; en we zijn niet geneigd een theorie als acceptabel te beschouwen, indien aangetoond is dat ze onware volzinnen bevat.

Er zijn verschillende methoden om aan te tonen dat een gegeven theorie onware volzinnen bevat. Sommige ervan berusten op zuiver logische eigenschappen van de betreffende theorie; de zojuist besproken methode (dat wil zeggen, het strijdigheidsbewijs) is niet de enige methode van dit type, maar wel de eenvoudigste en ook die welke in de practijk het vaakst wordt toegepast. Met behulp van bepaalde onderstellingen omtrent de waarheid van empirische volzinnen kunnen we methoden verkrijgen die niet meer van zuiver logische aard zijn, maar toch tot een overeenkomstig resultaat leiden. Besluiten we het boven voorgestelde algemene postulaat aan te nemen, dan zal elke geslaagde toepassing van zulk een methode de betreffende theorie onhoudbaar maken.

22. Toepassing van de semantiek op de deductieve wetenschappen

Wat betreft de toepasbaarheid van de semantiek op de mathematische wetenschappen en haar methodeleer, dat wil zeggen, op de metamathematica, zijn we in een heel wat gunstiger positie dan in het geval van de ervaringswetenschappen. Want, in plaats van

gronden aan te voeren die enige hoop voor de toekomst rechtvaardigen (en dus in zekere zin propaganda te maken ten gunste van de semantiek), kunnen we hier wijzen op de concrete resultaten die reeds bereikt zijn.

Telkens weer wordt betwijfeld of het begrip van een ware volzin — wel te onderscheiden van dat van een bewijsbare volzin — voor de wiskundige wetenschappen van enige betekenis kan zijn en of het een rol kan spelen in een methodologische beschouwing van de wiskunde. Mij komt het echter voor, dat juist in het begrip van een ware volzin een hoogst waardevolle bijdrage van de semantiek tot de metamathematica is gelegen. We bezitten al een reeks van belangwekkende metamathematische resultaten, verworven met behulp van de theorie der waarheid. Deze resultaten betreffen de wederzijdse betrekkingen tussen de begrippen waarheid en bewijsbaarheid, stellen nieuwe eigenschappen vast van laatstbedoeld begrip (dat, als bekend, een van de fundamentele metamathematische begrippen is), en werpen enig licht op de grondproblemen van niet-strijdigheid en volledigheid. De belangrijkste resultaten van deze aard zijn in § 12 kort besproken. [34])

Voorts kunnen we, door toepassing van de semantische methode, verscheiden belangrijke metamathematische begrippen die tot dusver alleen op intuïtieve wijze waren toegepast — bijvoorbeeld, het begrip definiëerbaarheid, of het begrip model van een axiomastelsel — op adaequate wijze definiëren; en zodoende kunnen we het onderzoek van deze begrippen op stelselmatige wijze aanpakken. In het bijzonder de onderzoekingen over definiëerbaarheid hebben reeds enige belangwekkende uitkomsten opgeleverd, en beloven zelfs nog meer voor de toekomst. [35])

We hebben gesproken over de toepassingen van de semantiek op de metamathematica, en niet op de eigenlijke wiskunde. Maar deze onderscheiding tussen wiskunde en metamathematica is in dit verband tamelijk onbelangrijk. Want de metamathematica is zelf een deductieve wetenschap en derhalve, uit een bepaald gezichtspunt, een onderdeel van de wiskunde; en het is algemeen bekend dat

[34]) Voor andere met behulp van de theorie der waarheid verkregen resultaten, zie Gödel [2]; Tarski [2], Ss. 401 ff.; en Tarski [5], pp. 111 f.

[35]) Een object — bijvoorbeeld een getal of een verzameling van getallen — heet definiëerbaar (in een gegeven formalisme) als er een volzinsfunctie is die het definiëert; verg. noot 20. Zodoende is de term „definiëerbaar", hoewel metamathematisch (semantisch) van oorsprong, naar omvang zuiver wiskundig, want hij drukt uit een eigenschap (duidt aan een klasse) van wiskundige objecten. Bijgevolg kan het begrip definiëerbaar opnieuw gedefiniëerd worden in zuiver wiskundige termen, hoewel niet binnen de geformaliseerde wetenschap waarnaar dit begrip verwijst;

— wegens het formeel karakter van de deductieve methode — de uitkomsten, verkregen in een deductieve wetenschap, automatisch kunnen worden uitgebreid tot elke andere wetenschap waarin de eerste geïnterpreteerd kan worden. Zodoende kunnen, bijvoorbeeld, alle metamathematische resultaten geïnterpreteerd worden als resultaten der getallentheorie. Ook uit een practisch oogpunt is er geen scherpe grens te trekken tussen de metamathematica en de eigenlijke wiskunde; de onderzoekingen over definiëerbaarheid bijvoorbeeld kunnen in elk der beide gebieden worden ondergebracht.

23. Slotopmerkingen

Ik wil deze beschouwingen besluiten met enige algemene en tamelijk informele opmerkingen over de vraag of wetenschappelijke resultaten moeten worden beoordeeld naar de mate van hun toepassingsmogelijkheid. Ik moet bekennen dat ik in dit opzicht veel twijfel koester.

Als wiskundige (en ook als logicus en misschien in zekere zin als philosooph) heb ik gelegenheid gehad vele gedachtenwisselingen bij te wonen tussen specialisten op het gebied van de wiskunde, waar het probleem der toepassingen bijzonder scherpe vormen aanneemt; ik heb hierbij herhaaldelijk het volgende verschijnsel waargenomen: Als een wiskundige het werk van één van zijn collega's, zeg A, wil kleineren, dan is de meest werkzame methode hiertoe, de vraag te stellen, waar de door hem verkregen resultaten kunnen worden toegepast. De belaagde, met zijn rug tegen de muur gedrukt, delft tenslotte de onderzoekingen van een andere wiskundige, B, op als veld van toepassing voor zijn eigen resultaten. Als nu B met een soortgelijke vraag wordt getergd, dan zal hij naar weer een andere wiskundige, C, verwijzen. Na nog een paar stappen worden we dan weer verwezen naar A's onderzoekingen, en hiermee is de kring gesloten.

Maar nu in ernst: ik wil niet ontkennen, dat de waarde van iemands werk verhoogd kan worden door de consequenties ervan voor de onderzoekingen van anderen en voor de practijk. Maar ik

---

de grondgedachte der definitie blijft hierbij evenwel onveranderd. Verg. hierover — ook voor verdere litteratuurverwijzingen — Tarski [1]; ook verschillende andere resultaten over definiëerbaarheid kan men vinden in de litteratuur, bijvoorbeeld in Hilbert-Bernays [1], 1. Bd, Ss. 354 ff., 369 ff., 456 ff., enz., en in Lindenbaum-Tarski [1]. Opgemerkt worde dat de term „definiëerbaar" soms wordt gebruikt in een andere, metamathematische (maar niet semantische) zin; dit doet zich, bijvoorbeeld, voor als we zeggen dat een term in zekere andere termen definiëerbaar is (op grond van een gegeven axiomastelsel). Voor een definitie van een model van een axiomastelsel, zie Tarski [4].

ben niettemin overtuigd, dat het niet bevorderlijk is voor de vooruitgang van de wetenschap als het belang van elk onderzoek uitsluitend of hoofdzakelijk gemeten wordt naar nut en toepassingsmogelijkheid. We weten uit de wetenschapsgeschiedenis dat vele belangrijke uitkomsten en ontdekkingen eeuwen hebben moeten wachten vóór ze ergens toepassing vonden. En naar mijn mening zijn er ook andere belangrijke factoren die men bij het waarderen van een wetenschappelijk werkstuk niet buiten beschouwing mag laten. Het wil me toeschijnen dat het wetenschappelijk onderzoek verband houdt met een bijzonder gebied van zeer diepe en zeer sterke behoeften van de mens, in veel opzichten vergelijkbaar met aesthetische en misschien met religieuse behoeften. En het komt me ook voor, dat de bevrediging van deze behoeften beschouwd dient te worden als een belangrijke taak van het onderzoek. Derhalve kan, geloof ik, de vraag naar de waarde van enig onderzoek niet juist beantwoord worden indien men geen rekening houdt met de intellectuele bevrediging die de resultaten van dat onderzoek meebrengen voor hen, die hiervoor begrip en liefde hebben. Het is misschien in strijd met de gangbare mening en de geest van de tijd — maar ik geloof niet dat een wetenschappelijk resultaat, dat ons een beter begrip geeft van de wereld en deze in onze ogen meer harmonisch maakt, lager dient te worden aangeslagen dan, bijvoorbeeld, een uitvinding die de wegenbouw goedkoper maakt of het sanitair verbetert.

Het is duidelijk dat de juist gemaakte opmerkingen niet van kracht zijn, als het woord „toepassing" in een zeer ruime en vrijzinnige betekenis wordt genomen. Het spreekt misschien evenzeer vanzelf dat uit deze algemene opmerkingen niets kan worden afgeleid met betrekking tot de in dit artikel besproken problemen; en ik weet werkelijk niet, of het semantisch onderzoek wel zou varen bij invoering van de maatstaf van waardering die ik zojuist heb aangeprezen.

BIBLIOGRAPHIE

Vermeld worden alleen die boeken en artikelen waarnaar in de tekst verwezen is.

Aristoteles [1]. *Metaphysica.* (*Works*, vol. VIII.) English translation by W. D. Ross. Oxford, 1908.

Carnap [1]. *Logical Syntax of Language.* London and NewYork, 1937.

Carnap, R. [2]. *Introduction to Semantics*, Cambridge, 1942.

Gödel, K. [1]. „Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme, I." *Monatshefte für Mathematik und Physik*, Bd. XXXVIII, 1931, Ss. 173—198.

Gödel, K. [2]. „Über die Länge von Beweisen." *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, Heft VII, 1936, Ss. 23—24.

Gonseth, F. [1]. „Le Congrès Descartes. Questions de Philosophie scientifique." *Revue thomiste*, vol. XLIV, 1938, pp. 183—193.

Grelling, K., u. Nelson, L. [1]. „Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti." *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, Bd II (N.F.), 1908, Ss. 301—334.

Hofstadter, A. [1]. „On Semantic Problems." *The Journal of Philosophy*, vol. XXXV 1938, pp. 225—232.

Hilbert, D., u. Bernays, P. [1]. *Grundlagen der Mathematik*. 2 Bde, Berlin, 1934—1939.

Juhos, B. von [1]. „The Truth of Empirical Statements." *Analysis*, vol. IV, 1937, pp. 65—70.

Kokoszyńska, M. [1]. „Über den absoluten Wahrheitsbegriff und einige andere semantische Begriffe." *Erkenntnis*, Bd VI, 1936, Ss. 143—165.

Kokoszyńska, M. [2]. „Syntax, Semantik und Wissenschaftslogik." *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, fasc. III, Paris, 1936, pp. 9—14.

Kotarbiński, T. [1]. *Elementy teorji poznania, logiki formalnej i metodologji nauk.* (*Beginselen der Kennisleer, Formele Logica en Methodeleer der Wetenschappen*, in het Pools.) Lwów, 1929.

Kotarbiński, T. [2]. „W sprawie pojecia prawdy." („Over het Waarheidsbegrip", in het Pools.) *Przegląd filozoficzny*, vol. XXXVII, pp. 85—91.

Lindenbaum, A., u. Tarski, A. [1]. „Über die Beschränktheit der Ausdrucksmittel deduktiver Theorien." *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, Heft VII, 1936, Ss. 15—23.

Nagel, E. [1]. Review of Hofstadter [1]. *The Journal of Symbolic Logic*, vol. III, 1938, p. 90.

Nagel, E. [2]. Review of Carnap [2]. *The Journal of Philosophy*, vol. XXXIX, 1942, pp. 468—473.

Ness, A. [1]. „'Truth' As Conceived by Those Who Are Not Professional Philosophers." *Skrifter utgitt av Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo, II. Hist. Filos. Klasse*, vol. IV, Oslo, 1938.

Neurath, O. [1]. „Erster Internationaler Kongress für Einheit der Wissenschaft in Paris 1935." *Erkenntnis*, Bd V, 1935, Ss. 377—406.

Russell, B. [1]. *An Inquiry Into Meaning and Truth.* NewYork, 1940.

Scholz, H. [1]. Review of *Studia philosophica*, vol. I. *Deutsche Literaturzeitung*, vol. LVIII, 1937, Ss. 1914—1917.

Tarski, A. [1]. „Sur les ensembles définissables de nombres réels. I." *Fundamenta mathematicae*, vol. XVII, 1931, pp. 210—239.

Tarski, A. [2]. „Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen." (Duitse vertaling van een in het Pools verschenen boek, 1933.) *Studia philosophica*, vol. I, 1935, pp. 261—405.

Tarski, A. [3]. „Grundlegung der wissenschaftlichen Semantik." *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, fasc. III, Paris, 1936, pp. 1—8.

Tarski, A. [4]. „Über den Begriff der logischen Folgerung." *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, fasc. VII, Paris, 1936, pp. 1—11.

Tarski, A. [5]. „On Undecidable Statements in Enlarged Systems of Logic and the Concept of Truth." *The Journal of Symbolic Logic*, vol. IV, 1939, pp. 105—112.

Tarski, A. [6]. *Introduction to Logic.* NewYork, 1941. Ned. vert.: *Inleiding tot de logica*, Amsterdam 1953.

Weinberg, J. [1]. Review of *Studia philosophica*, vol. I. *The Philosophical Review*, vol. XLVII, pp. 70—77.

DE WERKZAAMHEID DER NEDERLANDSE VERENIGING VOOR LOGICA EN WIJSBEGEERTE DER EXACTE WETENSCHAPPEN VAN 1947 TOT 1953 [1])

PROF. DR. E. W. BETH

Aan het einde van mijn voorzitterschap van onze Vereniging moge ik haar werkzaamheden gedurende de eerste zes jaren van haar bestaan nog eens met U overzien. Dat de Vereniging voor Logica in een bestaande behoefte voorziet, blijkt reeds uit het feit, dat bij de oprichting, die op 15 November 1947 te Utrecht plaats vond, aanstonds 59 leden toetraden, die ons voor een belangrijk deel trouw gebleven zijn. Geregeld kwamen nieuwe aanmeldingen binnen, zodat het ledental thans 123 bedraagt; onze leden vertegenwoordigen tesamen tal van wetenschapsgebieden en de meest uiteenlopende levenskringen.

In onze wetenschappelijke bijeenkomsten werden 44 voordrachten gehouden, waarvan 11 door sprekers uit het buitenland, over zeer verschillende, meest actuele, onderwerpen uit de door de Vereniging bestreken wetenschapsgebieden. Enige van deze bijeenkomsten werden belegd in samenwerking met andere organisaties: het Academisch Genootschap te Eindhoven, de Algemene Nederlandse Vereniging voor Wijsbegeerte, het Genootschap voor Wetenschappelijke Philosophie en het Mathematisch Centrum. De tekst der gehouden voordrachten, voorzover niet elders gepubliceerd, werd in de regel afgestaan aan het tijdschrift „Synthese"; het tijdschrift „Euclides" nam geregeld onze jaarverslagen op. Voor de van zo vele zijden ondervonden hartelijke bereidheid tot samenwerking wil ik gaarna bij deze gelegenheid de dank der Vereniging tot uitdrukking brengen. Aan Prof. Dr G. Mannoury werd het erelidmaatschap der Vereniging verleend ter gelegenheid van de herdenking van zijn optreden als privaatdocent in de logische grondslagen der wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam op 21 Januari 1903; hiermede deed de beoefening van de takken van wetenschap, welker bloei onze Vereniging wil bevorderen, definitief haar intrede in ons land. Op 2 Augustus 1953 leed onze Vereniging

[1]) Rede, gehouden bij de Bestuursoverdracht op 17 October 1953 te Utrecht.

een zeer zwaar verlies door het heengaan van Dr G. F. C. Griss; zijn nobele persoonlijkheid en zijn belangrijke bijdragen tot het wiskundig grondslagenonderzoek — waarover hij op 20 Mei 1950 tot ons sprak — zullen bij ons in eerbiedige herinnering blijven.

Op 31 Augustus en 1 September 1953 hield onze Vereniging, samen met de Algemene Vereniging voor Wijsbegeerte, waarbij ze aangesloten is, een Zomerconferentie over „Nominalisme en Platonisme in de Hedendaagse Logica". Het nominalisme werd verdedigd door Prof. Dr W. V. Quine van Harvard University en door Prof. Dr Alfred Tarski van de University of California; aan mij viel de moeilijke taak toe, als woordvoerder van het platonisme op te treden. Mede tengevolge van de aanwezigheid van enige belangstellenden uit het buitenland werd deze met zeer bescheiden middelen opgezette bijeenkomst een belangwekkende wetenschappelijke manifestatie.

In Februari 1953 richtte het Bestuur zich tot de Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen met een bezwaarschrift betreffende de in het aanhangig ontwerp-hogeronderwijswet neergelegde nieuwe regeling van de universitaire examens in de wijsbegeerte, waarvan wij een ongunstige invloed voorzagen op de studie van de wijsbegeerte in de Faculteiten der Wis- en Natuurkunde, zoals deze thans mogelijk is. Onze bezwaren tegen deze regeling werden nader ontwikkeld in een in Mei 1953 uitgegeven brochure, die op ruime schaal werd verspreid en waarvan de tekst ook in „Euclides" werd afgedrukt. Naar aanleiding van deze actie ontving het Bestuur een groot aantal adhaesie-betuigingen, waaronder van zeer gezaghebbende zijde; wij hebben reden te verwachten, dat thans voor de nieuwe examen-regeling een ons volkomen bevredigende vorm zal kunnen worden gevonden.

Daar onze Vereniging is ontstaan als Nederlandse Afdeling van de Société Internationale de Logique et de Philosophie des Sciences, was het Bestuur gedwongen, een zeer werkzaam aandeel te nemen in de onderhandelingen betreffende de vorming van een voor ons vakgebied internationaal representatief orgaan. Deze onderhandelingen zijn, om allerlei redenen, uitermate moeilijk en tijdrovend geweest; hoewel zij nog niet zijn afgesloten, lijkt het thans zeker, dat de Union Internationale de Philosophie des Sciences, tot welker oprichting ook onze Vereniging heeft medegewerkt, in de naaste toekomst tot een internationaal representatief orgaan zal uitgroeien. Prof. Dr L. E. J. Brouwer was president en vice-president van de Union. Prof. Dr A. Heyting is thans president van de Union en vice-president van de Société Internationale. Zelf ben ik onlangs

afgetreden als secretaris van de Société Internationale, maar men heeft mij verzocht, voorlopig een deel van de aan het secretariaat verbonden werkzaamheden te blijven waarnemen. Uit een en ander moge blijken, dat onze Vereniging ook op internationaal gebied een balangrijke taak te vervullen heeft.

De Union heeft aan onze Vereniging de opdracht verleend, in 1955 een internationaal colloquium over „La notion de principe dans les sciences contemporaines" te organiseren; soortgelijke colloquia vonden in 1950 en 1952 te Parijs en in 1953 te Brussel plaats. Voor deze bijeenkomst, die ongeveer een week zal duren, dient een solide financiële grondslag te worden gevonden. Door de voor mij onbegrijpelijke houding van de Conseil International de la Philosophie et des Sciences Humaines zal de verwachte bijdrage vanwege Unesco niet worden verleend. Wel kan op steun van de Union worden gerekend, maar hierdoor kan maar een deel van de onvermijdelijke onkosten worden gedekt. Wij mogen verwachten, dat ook de Nederlandse overheid het hare zal doen. Toch blijft het dringend nodig, de financiële positie van onze Vereniging te versterken, omdat haar werkzaamheden zich snel uitbreiden, zowel tengevolge van de snelle ontplooiïng van ons vakgebied als door de toenemende beoefening ervan in ons land.

Het aftredende Bestuur ziet op de afgelopen zes jaren met voldoening en erkentelijkheid terug. Dat met bescheiden middelen betrekkelijk zo veel tot stand kon worden gebracht, is toe te schrijven aan de geest van eensgezindheid en samenwerking, die voortdurend heeft geheerst, en aan de grote bekwaamheid en activiteit van onze secretaris (die gedurende de eerste jaren ook het fiscaat heeft waargenomen). Dat de Heer Heyting, die als voorzitter zal optreden, en de Heren Meyer en Vredenduin, die onderscheidenlijk als secretaris en als penningmeester aanblijven, zich voor herverkiezing beschikbaar hebben willen stellen, is evenzeer verheugend als de bereidheid van de Heren Freudenthal, Groenewold en van Laer, de plaatsen in te nemen van de drie thans aftredende bestuursleden: de Heren Kazemier en van Melsen en mijzelf; want op deze wijze wordt zowel de noodzakelijke continuïteit in het Bestuursbeleid als de evenzeer onmisbare vernieuwing gewaarborgd.

Het nieuwe Bestuur zal het mij niet euvel duiden, dat op dit ogenblik mijn gedachten uitgaan naar de toekomst. Onze Vereniging dankt haar bestaansrecht en haar toekomstmogelijkheden, als ik het goed zie, aan de omstandigheid, dat zij zich tot taak stelt de zorg voor een nog jong gebied van wetenschap, nauw verbonden weliswaar met verschillende andere gebieden, maar niettemin met

een geheel eigen karakter en dientengevolge ook met zeer bijzondere behoeften, waarin geen der bestaande, deels veel oudere en veel meer invloedrijke, organisaties behoorlijk kan voorzien. Daarom zal de Vereniging er goed aan doen, haar werkzaamheid te concentreren op dit haar van nature toegewezen arbeidsveld. Natuurlijk zal zij, wanneer daartoe gelegenheid bestaat, incidenteel met andere groeperingen moeten samenwerken — de mogelijkheden in dit opzicht zijn nog lang niet volledig geëxploreerd —, maar ze zal daarbij haar eigen karakter dienen te handhaven en zeker niet mogen afglijden naar activiteiten op een gebied, dat eigenlijk niet het hare is.

Voorts mag nimmer vergeten worden, dat onze Vereniging weliswaar mede de beoefening van een bepeeld wijsgerig vakgebied dient te bevorderen, maar dat ze nooit mag worden de pleitbezorgster van een bijzondere wijsgerige richting of school. Integendeel, ieder, onverschillig van welke wijsgerige signatuur, die een wetenschappelijk verantwoorde bijdrage tot ons vakgebied wil leveren of die voor dit gebied een meer dan oppervlakkige belangstelling heeft, moet in onze Vereniging welkom zijn en zich daar thuis kunnen gevoelen; ook moet zij hem de gelegenheid bieden zijn denkbeelden onder de aandacht van de overge leden te brengen. Blijft het leven onzer Vereniging zich volgens deze beginselen ontwikkelen — waaraan ik allerminst twijfel — en staat zij ook op internationaal niveau voor deze beginselen op de bres, dan mogen wij van haar in lengte van jaren een vruchtbare werkzaamheid verwachten.

SPREKERS EN VOORDRACHTEN

Eerste verenigingsjaar, 1947—1948:

DATUM:	SPREKER:	ONDERWERP:
15 November '47 (Oprichtingsbijeenkomst)	Prof. Dr A. G. M. van Melsen en Dr P. G. J. Vredenduin,	Voordrachten ter toelichting van het probleemgebied
15 December '47	Herman Meyer,	Filosoferen in moderne zin
17 Januari '48	Prof. Dr H. Freudenthal,	De impliciete structuur der wetenschap
21 Februari '48	Dr J. Ridder,	Propositie-logica
27 Maart '48	Prof. Dr Ch. H. van Os,	Het begrip werkelijkheid
17 April '48	Prof. Dr Saunders Mac Lane,	Lattices, categories and duality.

Tweede verenigingsjaar 1948—1949:

DATUM:	SPREKER:	ONDERWERP:
18 September '48	Prof. Dr E. W. Beth,	Actuele vragen der logica
6 November' 48	Prof. Dr J. Clay,	Het begrip der evolutie

11 December '48	Justus Meyer,	De veelduidigheid van het begrip toeval
8 Januari '49	Prof. Dr D. van Dantzig,	De methode van het betekenisonderzoek en haar toepassing op het wiskundige oneindigheidsbegrip
12 Maart '49	Prof. Dr E. J. Huffer,	De opvatting van de scholastiek over de axioma's der meetkunde
21 Mei '49	Prof. Dr H. J. Pos,	De structuur van de natuurlijke taal

Derde verenigingsjaar 1949—1950:

DATUM:	SPREKER:	ONDERWERP:
1 October '49	Prof. Dr A. G. M. v. Melsen,	De aard der logica
12 November '49	Dr H. J. Groenewold,	Enigheid en onenigheid in quantum-physica en metaphysica
17 December '49	Prof. Dr R. Feys, Leuven,	Rekening met waarheidswaarden
18 Februari '50	Prof. Dr E. W. Beth,	De relativiteit der logica en haar grenzen
18 Maart '50 (samen met het Genootschap van Wetenschappelijke Philos. en het Math. Centrum)	Prof. Dr A. Tarski,	Main Ideas and Problems in Meta-Mathematics
20 Mei '50	Dr C. F. G. Griss,	Logica van de negatieloze wiskunde
24 Juni '50	Prof. Dr S. C. Kleene,	Derived Rules of the Predicate Calculus

Vierde verenigingsjaar 1950—1951:

DATUM:	SPREKER:	ONDERWERP:
28 October '50	Prof. Dr Philipp Frank,	The Concept of Relativity; Its Place in Science and Philosophy
2 December '50	Prof. Dr D. v. Dantzig,	Waarschijnlijksheids-logica
20 Januari '51	Prof. Dr P. H. van Laer,	Wiskunde en natuurwetenschappen onderling vergeleken
3 Maart' 51	Prof. Dr A. Heyting,	De meervoudigheid der logica
21 April '51	Prof. Dr H. B. Curry,	A Formalist Philosophy of Mathematics.

Vijfde verenigingsjaar 1951—1952:

DATUM:	SPREKER:	ONDERWERP:
20 October '51	Prof. Dr E. W. Beth,	De paradoxen van logica en verzamelingsleer
15 December '51	Mr. B. H. Kazemier,	Over de verhouding van wijsbegeerte tot wetenschap
19 Januari '52	Prof. Dr A. D. de Groot,	„Juiste" en „onjuiste" interpretaties in de psychologie
7 Februari '52 (Samen met het Mathematisch Centrum)	Prof. Dr A. Fraenkel,	The axiom of choice
8 Maart '52	Prof. Dr H. Freudenthal,	De logica der rekenmachines en de hypothesenlogica
5 April '52	Prof. Dr Joseph Dopp,	Première introduction à la théorie des combinateurs
10 Mei '52	E. Teensma;	Een formalisatie van de rekenkunde volgens de methode van Gentzen (zie Math. Ann. 1936), met diverse variabelen, o.m. voor rationele en natuurlijke getallen
10 Mei '52	Justus Meyer,	Iets over het inhaerent logische karakter van de taal

Zesde Verenigingsjaar 1952—1953:

DATUM:	SPREKER:	ONDERWERP:
11 October '52	Prof. Dr E. W. Beth en Prof. Dr A. G. M. v. Melsen,	Indrukken over hun verblijf in Amerika '52
22 November '52	Dr G. R. F. M. Nuchelmans,	De analyse van irreales
31 Januari '53	J. de. Iongh,	Conditionele zinnen
14 Maart' 53 (Samen met het Academisch Genootschap te Eindhoven)	Dr J. J. W. Berghuis S. J.,	Over de grondslagen der meetkunde
28 Maart' 53	Prof. Dr R. Feys, Leuven,	De moderne methoden voor natuurlijke afleiding
31 Augustus — 1 September '53 (Zomerconferentie, samen met Alg. Ned. Ver. v. Wijsbeg.)	Prof. Dr W. V. Quine, Harvard, Prof. Dr A. Tarski, Berkeley, Prof. Dr E. W. Beth, A'dam,	Nominalisme en platonisme in de hedendaagse logica

Errata in Korrel CXII,

jg. 29, blz. 253—256.

(De eerste proef is ongecorrigeerd afgedrukt).

blz. 253 regel 12 v. b. aan het eind: tel $3y$ op bij 23.
,, 253 regel 13 v. o.: $\frac{1}{8}\pi$ moet zijn $\frac{1}{6}\pi$.
,, 253 regel 3 v. o.: hiernevens moet zijn: op blz. 254.
,, 254 regel 5 en 6 v. b.: 3 moet zijn s.
,, 254 regel 18 v. o.: os moet zijn is.
,, 255 regel 7 v. b.: In de vijfde moet zijn: In een vijfde.
,, 256 regel 3 v. b.: en $\equiv \text{tg}\, x$ moet zijn: en $y = \text{tg}\, x$.
,, 256 regel 4 v. b.: de komma achter ,,verder'' en niet achter ,,dan''.
,, 256 regel 13 v. o. vooraan: en de cosinus.
,, 256 regel 3 v. o.: lees $\pi = 3\frac{1}{7}$ en laat dan.

jg. 29, blz. 271.

't Opschrift moet zijn:
Van Koorde tot Sinus
van umbra tot tangens
door
Prof. Dr. E. J. Dijksterhuis

INGEKOMEN BOEKEN

Van P. NOORDHOFF, Groningen

P. Wijdenes. Antwoorden Lagere Algebra. I. **6e druk.** *f* 2,50
—— id. II. **7e druk.** *f* 2,50

Deze 7e druk slaat op de 5e en 6e druk van het boek. De 6e druk van het boek is ingekrompen vergeleken bij de vorige; in de antwoorden moeten dus enige wijzigingen worden aangebracht; daarvoor is bij de uitgever een blaadje gratis verkrijgbaar.

—— Antwoorden Middel-Algebra. I. **5e druk.** *f* 1,50
—— Middel—Algebra. II. **5e druk.** *f* 12,50, geb. *f* 15,—
—— Antwoorden Middel-Algebra. I. **5e druk.** *f* 1,50
—— Middel-Algebra. I. **5e druk.** *f* 12,50, geb. *f* 15,—

P. Wijdenes en *Dr P. G. van de Vliet,* Algebra en financiële rekenkunde voor de H.B.S. A. **7e druk.** *f* 2,90

Dit werkje behandelt de leerstof voor de „Financiële Rekenkunde", die in het nieuwe leerplan als volgt is omschreven.
4e klasse A: Samengestelde interest.
5e klasse A: Annuïteiten, Rentabiliteitsberekeningen.
Het werkje geeft als inleiding een herhaling van die hoofdstukken uit de Algebra, die de leerlingen bij de Financiële Rekenkunde moeten toepassen.

—— Tafel E: Logarithmen-, intrest- en discontotafels met hulpboekje. **8e druk.** *f* 4,90, geb. *f* 6,50

P. Wijdenes, Nieuwe Schoolmeetkunde. II. **2e druk.** *f* 3,—, geb. *f* 3,60
—— Nieuw Rekenboek. I. **9e druk.** *f* 1,60
—— Beknopte Stereometrie. **6e druk.** *f* 3,25

Noordhoff's Tafel in vier decimalen. **19e druk.** *f* 1,60

P. Wijdenes, Log. en rentetafels A (5 dec.). **8e druk.** *f* 0,90

J. Versluys, Tafel A. *f* 0,75

Deze bevat de gewone logarithmen in 5 decimalen en die van de rentefactoren in 8 decimalen.

—— Tafel D. *f* 2,90

Deze bevat de tafel A en verder de goniometrische logarithmen in 5 decimalen.

C. J. Alders, Stereometrie voor M.O. en V.H.O. **8e en 9e druk.** *f* 2,25, geb. *f* 2,75

P. Reijnders en *Ir K. E. Witkop*, Meetkunde van de Ruimte. I. A tekst. *f* 1,25

—— Meetkunde van de Ruimte. I. B. figuren. *f* 2,25

Uit het voorbericht: Deze stereometrie is gemaakt voor de M.T.S., dus mede geschikt voor enige akten N.O. en voor tekenakten. Naar onze mening ook dienstig voor kweekscholen, voor de α-afdeling van de gymnasia en voor andere scholen en voor examens, waar men met een beknopte theorie over het begin van de stereometrie kan volstaan en waar de examenopgaven lopen over oppervlakte en inhouden en het construeren van stereometrische figuren. (Het is tevens een werkschrift. W.).